Всероссийский конкурс исследовательских и проектных работ школьников
«Высший пилотаж»

Максимальный объем конуса: математическое моделирование и решения.

Исследовательская работа

Направление «Математика»

Автор: Косырева Анастасия Андреевна,

Учащийся 11 класса,

Муниципальное бюджетное

общеобразовательное учреждение

средняя общеобразовательная школа №15

города Кузнецка

2025 год

Содержание

I. Введение

«Окружающий нас мир – это мир
геометрии чистой истинной, безупречной
в наших глазах.
Все вокруг – геометрия».

Ле Корбюзье.

Природа – неутомимый творец и созидатель. Многие объекты живой и неживой природы имеют такие совершенные и радующие глаз формы, как конусы.

В различных областях инженерии и науки часто возникает необходимость создания объектов, которые должны быть как можно более вместительными при заданных ограничениях. Актуальность нахождения конуса максимального размера проявляется в его широком применении в различных областях, что делает эту задачу важной как с теоретической, так и с практической точки зрения. Конусообразные бункеры и силосы используются для хранения и транспортировки сыпучих материалов. Оптимизация их формы помогает увеличить объем хранения и улучшить процесс выгрузки. В архитектурных конструкциях оптимизация формы конусообразных элементов может улучшить прочностные характеристики и эстетический вид. В экономике задача нахождения максимального объема может быть связана с минимизацией затрат при производстве товаров, где форма упаковки играет важную роль. В производственных процессах, связанных с формированием конусов важно находить оптимальные размеры для уменьшения затрат на материалы и улучшение функциональности.

Цель работы: исследовать, как можно максимизировать объем конуса при заданных условиях.

Задачи: 1) выяснить, какие параметры влияют на объем образуемого конуса; 2) найти угол сектора, при котором объем образуемого конуса максимален;

3) изучить связь между основными элементами конуса, научиться строить развертку конуса и изготавливать модель конуса; 4) произвести расчеты геометрических параметров конических сосудов; проанализировать полученные данные, найти практические приложения в таких областях как дизайн, архитектура, экономика.

Оборудование: модели конусов разного объема, мензурка, циркуль, линейка для измерения высоты, компьютер.

Объект исследования - параметры конуса.

Предмет исследования – конический сосуд.

Гипотеза исследования: существует оптимальный угол сектора, вырезаемого из круга, который позволяет создать конус с максимальным объемом. В частности при определенных условиях (фиксированный радиус исходного круга) можно определить угол сектора, который обеспечит максимальный объем образованного конуса.

Методы исследования: анализ литературы;

—моделирование объекта;

—расчет данных; эксперимент; измерение

—анализ полученных результатов;

Значимость и практическое применение

1. Архитектура и строительство

Конусообразные конструкции, такие как купола и крыши, часто используются в архитектуре. При проектировании таких зданий необходимо учитывать максимальный объем, чтобы обеспечить достаточную вместимость и эстетическую привлекательность. Например, купола соборов и мечетей часто имеют конусообразную форму для создания значительного внутреннего пространства.

2. Упаковка и транспортировка

В производстве упаковки (например, для мороженого в рожках или конусных контейнерах) важно оптимизировать объем, чтобы минимизировать использование материала и сократить затраты на транспортировку. Конусы позволяют эффективно использовать пространство при хранении и транспортировке товаров. Конусная форма позволяет более эффективно заполнять пространство. Это ведет к уменьшению объема упаковочного материала.

3. Научные эксперименты

В химии и физике конусообразные сосуды могут использоваться для проведения экспериментов, где необходимо максимальное пространство для реакций или смешивания веществ. Например, конусообразные колбы могут использоваться для центрифугирования, где важно максимальное количество жидкости.

4. Искусство и дизайн

В искусстве конусообразные формы часто используются в скульптурах и инсталляциях. Дизайнеры могут создавать предметы, которые не только эстетически привлекательны, но и функциональны, используя принципы максимального объема. Меньшее количество деталей и сложных форм приводит к меньшим затратам на обработку и сборку.

5. Экологические технологии

Конусообразные конструкции могут использоваться в системах сбора дождевой воды или в биореакторах для максимизации объема, что позволяет более эффективно собирать и использовать ресурсы.

6. Спортивное оборудование

В некоторых видах спорта, таких как хоккей или бейсбол, используются конусообразные мишени или трофеи. Оптимизация их формы может помочь в создании более привлекательного и функционального дизайна.

7. Кулинария

В кулинарии конусообразные формы часто используются для выпечки или подачи блюд (например, конусообразные десерты). Оптимизация объема позволяет создавать более привлекательные и вкусные блюда.

В каждом из этих случаев важно учитывать не только форму, но и материал, из которого будет изготовлен объект, а также его функциональность и эстетические качества

II. Теоретические основы

1. *Конус и его основные элементы*

Конус - от др.-греч. κῶνος «сосновая шишка»

Конусом называется тело, которое состоит из круга - основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга,— вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания (рис. 1) Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются образующими конуса. Поверхность конуса состоит из основания и боковой поверхности.

Отрезок, соединяющий вершину и границу основания, называется ***образующей конуса***.

Объединение образующих конуса называется ***образующей (или боковой) поверхностью конуса***. Образующая поверхность конуса является конической поверхностью.

Отрезок, опущенный перпендикулярно из вершины на плоскость основания (а также длина такого отрезка), называется ***высотой конуса***.

Угол раствора конуса — угол между двумя противоположными образующими (угол при вершине конуса, внутри конуса).

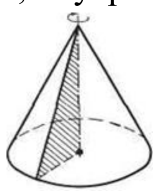


Рис.1. Конус

Конус называется прямым, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.

Наглядно прямой круговой конус можно представлять себе как тело, полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси (рис.1).

У прямого конуса основание высоты совпадает с центром основания. Осью прямого кругового конуса называется прямая, содержащая его высоту.[1] [4]

2. Величины конуса

Типы конусов зависят от вида основания, наклона конической поверхности к основанию. В работе рассматривается прямой круговой конус.

В основании прямого кругового конуса находится круг. ***Площадь основания*** такого конуса определяется по формуле $S = \pi \cdot R^2$

Площадь боковой поверхности конуса равна $S = \pi \cdot R \cdot l$

Величина части пространства, занимаемого геометрическим телом, называется объемом этого тела.

Если площадь основания конечна, то ***объём конуса*** также конечен и равен трети произведения высоты на площадь основания.

$$V = \frac{1}{3}SH,$$

где S — площадь основания, H — высота.

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H.$$

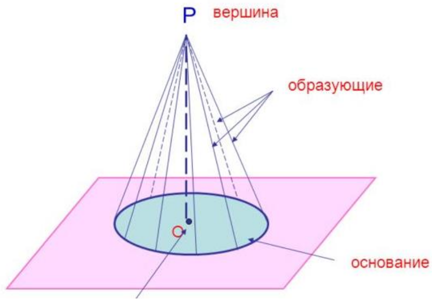


Рис.2 Основные элеметы конуса

Развёртка конуса состоит из сектора и круга. Длина дуги сектора равна длине окружности, ограничивающей основание конуса. .[1] [4]

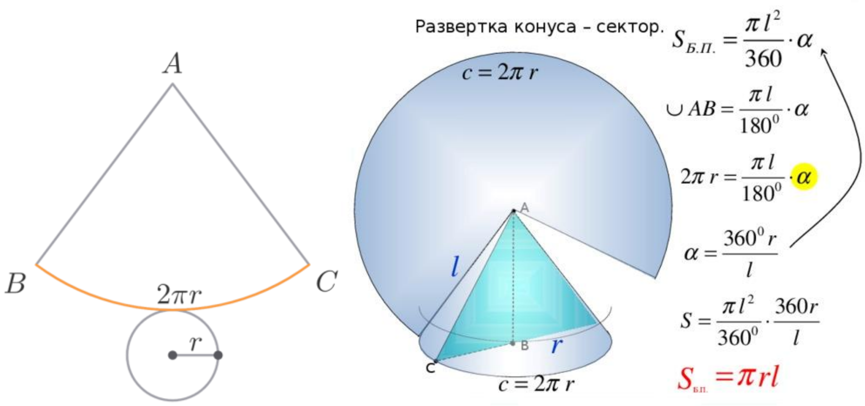


рис.4

3. Коническая поверхность в быту, технике и архитектуре

Знания о конусе широко применяются в жизни - в быту, на производстве, в науке. Например, в быту мы часто используем вёдра, имеющие форму усечённого конуса, служащие нам ёмкостью для различных жидкостей и сыпучих веществ.

Наши растения, благоприятно развиваются в цветочных горшках. А эти предметы чаще всего имеют форму либо прямого кругового конуса, либо форму усечённого конуса.

Самое широкое использование конической поверхности можно наблюдать при изготовлении ведер. Своей кажущейся необычной формой пожарные ведра обязаны следующим причинам. Лекало такой формы намного снижает расход материала и затраты при производстве ведра. Коническая форма ведра в несколько раз ускоряет процесс зачерпывания воды. Возможность взяться за ведро обеими руками (одной из них за конус) дает возможность более точного попадания в цель. При отсутствии подручных средств, конусом можно пробить лед, добираясь до воды. Конус можно воткнуть в землю песок, снег, и ведро не укатится. При ударе у цилиндрического ведра больше шансов быть раздавленным «в лепешку», чем у конического. В быту используются ведра – формы усеченного конуса.

Воронка: для переливания жидкостей из более крупной посуды, в более мелкую мы используем воронку. Если присмотреться к её форме, мы заметим, что она похожа на усечённый конус. Емкости для разлива сока также имеют коническую форму.

Идя по улице, мы можем увидеть человека с интересным приспособлением в руках. Это рупор. Он служит для усиления звука, то есть он является громкоговорителем. Рупор по форме напоминает трубу граммофона.

Многие музыкальные инструменты имеют конические элементы.

В жизни мы нередко встречаемся с конусами. Лампа с металлическим абажуром отбрасывает пучок света в виде конуса.

Одной из самых распространённых канцелярских принадлежностей является ручка. Она имеет конический элемент на конце. Этим элементом является зауженный конец ручки.

Дорожный конус — приспособление для временной разметки дорог. Дорожный конус используется как ограждение при проведении дорожно-строительных работ, для разграничения движения или для обозначения аварийных участков и мест ДТП.

Удобство формы использования конуса можно наблюдать и кондитерской продукции. Пирожное – заварная трубочка, мороженное в коническом стаканчике, любимое лакомство.

Это в современном мире принято упаковывать семечки в специальные пакетики, а раньше семечками торговали бабушки, и самой ходовой упаковочной тарой для стакана семечек был кулек, представляющий из себя коническую поверхность, свернутую из газеты.

Очень часто мы встречаем конус в элементах архитектуры. Ярким примером этого наблюдения является конус, который лежит в основании крыш домов. .[6] [7]

III Практическая часть

Из круга нужно изготовить коническую часть воронки. Для этого в круге вырезают сектор и остальную часть круга свертывают конусом (рис.5).

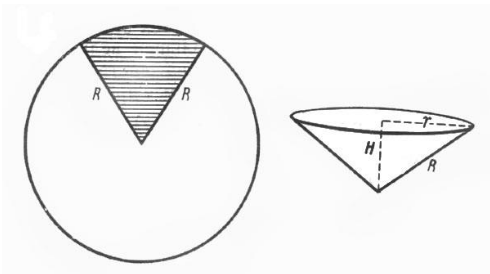


рис.5

Сколько градусов должно быть в дуге вырезаемого сектора, чтобы конус получился наибольшей вместимости?

1. Построение моделей конусов

При выполнении практической части исследования нами были проведены расчеты геометрических параметров конусов. Создана модель «Геометрические параметры конусов» в программе Microsoft Excel. Разработанная модель отображает зависимость геометрических параметров конусов друг от друга. Полученные расчетные данные страниц моделей необходимы для сравнительного анализа взаимосвязи между основными элементами конуса.

При исследовании использовались конические поверхности, изготовленные из плотной бумаги, которые являлись моделями конусов.

План моего исследования:

1. Я вырезала из нескольких бумажных кругов одинакового диаметра (10 см) развёртки конусов с различными центральными углами, склеила из них конусы, попыталась определить из какой развёртки получается конус максимального объёма.
2. Аналитически определила центральный угол β в развёртке боковой поверхности конуса максимального объёма;
3. Аналитически определила объём конуса максимального объёма.

2. Вычисление объема конического сосуда

В электронной таблице создаем таблицу отображения геометрических параметров различных моделей конуса.

1 параметр – ***Образующая конической поверхности.***

Вводим значение длины образующей - *L*. В нашем случае длина образующей равна 10 см.

2 параметр – ***Радиус основания конуса.***

$$R = \frac{L \cdot \alpha}{360^o}$$

3 параметр – ***Высота конуса.***

Высоту конуса находим по теореме Пифагора, используя известные параметры радиус и образующей. $h = \sqrt{L^2 - R^2}$

4 параметр – ***Площадь основания конуса***

Площадь основания конуса вычисляем по формуле

$$S_{основания} = \pi \cdot r^2$$

5 параметр – ***Объем конуса***

Объем конуса определяем по формуле

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{основания} \cdot h$$

Все параметры автоматизировано вычислялись в электронной таблице. Все данные полученные при вычислениях сводятся в аналитическую таблицу. (приложение 1) .[1] [4]

3.**Решение с использованием производной.**

Чтобы найти конус максимального объема, я ввела следующие обозначения и применила производную для нахождения угла.

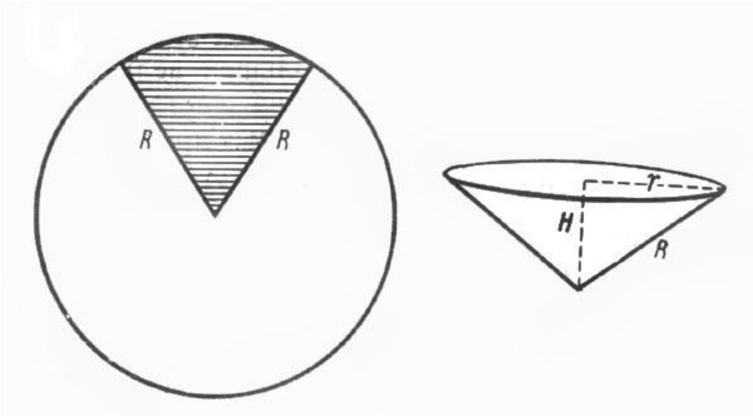


рис. 6

r - радиус воронки;

h - высота воронки;

R - радиус круглого листа;

α - угол сектора;

$$R^2 = h^2 + r^2 \to r^2 = R^2 - h^2 \to r = \sqrt{R^2 - h^2};$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 - h^2\right)h = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 h - h^3\right);$$

$$V' = \left(\frac{1}{3}\pi\left(R^2 h - h^3\right)\right)' = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 - 3h^2\right) = 0 \to R^2 - 3h^2 = 0 \to$$

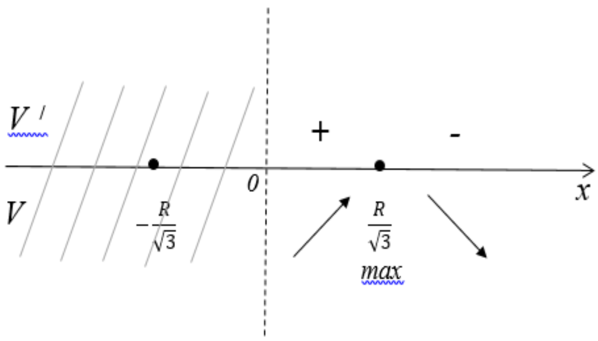
$$\to h^2 = \frac{R^2}{3} \to h = \frac{R}{\sqrt{3}};$$

$$r = \sqrt{R^2 -}\ h = \pm\frac{R}{\sqrt{3}}\ \frac{R^2}{3} = R\sqrt{\frac{2}{3}};$$

$$2\pi r = 2\pi R\frac{\alpha}{360} \to r = R\frac{\alpha}{360} \to \alpha = 360\frac{r}{R} = 360\frac{R\sqrt{\frac{2}{3}}}{R} = 360\sqrt{\frac{2}{3}} = 120\sqrt{6}^{\circ} \approx 294^{\circ};$$

$$V_{max} = \frac{1}{3}\pi(R\sqrt{\frac{2}{3}})^2 \cdot \frac{R}{\sqrt{3}} = \frac{2\pi R^3\sqrt{3}}{27} = 0{,}4030R^3$$

если l – длина образующей, то $V_{max} = \frac{2\pi l^3\sqrt{3}}{27} = 0{,}4030l^3$



4.Сравнение с другими способами решения

В книге Я. И. Перельмана 'Занимательная алгебра' даны задачи с необычными сюжетами, любопытные истории, интересные случаи о неожиданном применении алгебры в жизни.

Решение Я. Перельмана «**Воронка наибольшей вместимости**» [6]

Из жестяного круга нужно изготовить коническую часть воронки. Для этого в круге вырезают сектор и остальную часть круга свертывают конусом (рис. 6). Сколько градусов должно быть в дуге вырезаемого сектора, чтобы конус получился наибольшей вместимости?

Решение

Длину дуги той части круга, которая свертывается в конус, обозначим через x (в линейных мерах). Следовательно, образующей конуса будет радиус R жестяного круга, а окружность основания будет равна x. Радиус r основания конуса определяем из равенства

$2\pi r = x$, откуда $r = x/2\pi$.

Высота конуса (по теореме Пифагора)

$$H = \sqrt{(R^2 - r^2)} = \sqrt{(R^2 - x^2/(4\pi^2))}$$

(рис. 6). Объем этого конуса имеет значение

$$V = \pi/3\ r^2H = \pi/3\ (x/2\pi)^2\sqrt{(R^2 - x^2/(4\pi^2))}.$$

Это выражение достигает наибольшей величины одновременно с выражением

$$(x/2\pi)^2\sqrt{(R^2 - (x/(2\pi))^2)}$$

и его квадратом

$$(x/2\pi)^4\ [R^2 - (x/2\pi)]$$

Так как

$$(x/2\pi)^2 + R^2 - (x/2\pi)^2 = R^2$$

есть величина постоянная, то последнее произведение имеет максимум при том значении x, когда

$$(x/2\pi)^2 : [R^2 - (x/2\pi)^2] = 2 : 1,$$

откуда

$$(x/2\pi)^2 = 2R^2 - 2(x/2\pi)^2,$$

$3(x/2\pi)^2 = 2R^2$ и $x = 2\pi/3\ R\sqrt{6} \approx 5,15R$.

В градусах дуга x ≈ 295° и, значит, дуга вырезаемого сектора должна содержать ≈ 65°. [6]

Еще с одним решением этой интересной задачи я познакомилась в статье С.М. Петрова «Конус максимального объема в природе», опубликованной в журнале квант 1972г. [2] [3]

Рассмотрим известную задачу:

Задача 1. Угол при вершине в осевом сечении конуса равен α. Найти центральный угол β в развертке его боковой поверхности.

Решение. Изобразим на рисунке 7 осевое сечение конуса и на рисунке 8 – его развертку.

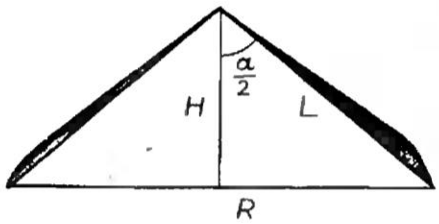


рис. 7

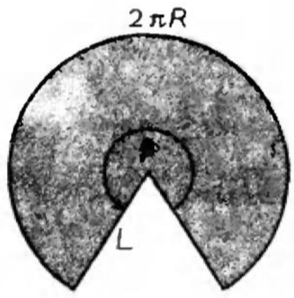


рис. 8

Замечаем, что $2\pi R=\beta L$ или

$$\beta = 2\pi\frac{R}{L} = 2\pi sin\frac{\alpha}{2} \qquad (1)$$

Задача 2. Дан круг радиуса L (рис. 8). Вырезать из него развертку конуса наибольшего объёма.

Решение. Имеем (см. рис. 7)

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H = \frac{1}{3}\pi(Lsin\frac{\alpha}{2})^2 Lcos\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}\pi L^3 sin^2\frac{\alpha}{2}cos\frac{\alpha}{2} \qquad (2)$$

Если зафиксировать образующую L и менять угол α, то объём V достигнет наибольшего значения одновременно с функцией

$$y = sin^2\frac{\alpha}{2}cos\frac{\alpha}{2}, \qquad (3)$$

где $0<\alpha<\pi$.

Сделаем замену переменных:

$$sin\frac{\alpha}{2} = u$$

Тогда

$$y = u^2\sqrt{1-u^2} = \sqrt{u^4(1-u^2)} = \sqrt{\frac{1}{2}u^2u^2(2-2u^2)}.$$

Так как $u^2+ u^2+(2-2 u^2)=2=const$, то подкоренное выражение достигнет своего максимума при $u^2= u^2=2-2u^2$. Отсюда

$u^2 = \frac{2}{3}$, и $sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$, (4)

$$\alpha = 2arcsin\frac{\sqrt{6}}{3} \approx 2arcsin\frac{2,44949}{3} \approx 2arcsin0,8165 = 2\cdot 54^o44' = 109^o28' \qquad (5)$$

Учитывая (1) и (4), находим

$$\beta = 2\pi\frac{\sqrt{6}}{3} \approx \frac{2\pi\sqrt{6}}{3} \approx 120^o\cdot 2,44949 \approx 293^o56' \qquad (6)$$

Вычислим максимальный объём конуса. Для этого найденное в (4) значение $sin\frac{\alpha}{2}$

Подставим в (2):

$$V_{max} = \frac{1}{3}\pi L^3 (\frac{\sqrt{6}}{3})^2 \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{1}{3}\pi L^3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\pi L^3\sqrt{3}}{27} = 0{,}4030L^3 \quad (7)$$

Таким образом, угол вырезаемого сектора влияет на радиус основания и высоту конуса. Это, в свою очередь, определяет объем конуса. Оптимизация угла позволяет создать конус с заданными характеристиками, что важно в различных приложениях, например, в упаковке или хранении жидкостей.(3)

IV Применение результатов исследования

Рассмотрим задачу, связанную с упаковкой конусообразных товаров, таких как мороженое в вафельных рожках. Эта задача может включать максимизацию объема конуса, чтобы определить, сколько мороженого можно вместить в каждый рожок, а также оптимизацию упаковки для транспортировки.

1. Задача: Упаковка мороженого в вафельные рожки

Предположим, что у вас есть вафельные рожки, которые имеют форму конуса. Каждый рожок имеет фиксированный радиус основания и высоту. Вам нужно определить максимальный объем мороженого, который можно поместить в один рожок, а также как эффективно упаковать несколько рожков в коробку для транспортировки.

Цели:

1. Максимизация объема мороженого: Определить максимальный объем мороженого, который можно поместить в один конусообразный рожок.

2. Оптимизация упаковки: Рассчитать, сколько таких рожков можно упаковать в коробку заданных размеров.

▌ Формулы и расчеты:

1. Объем конуса: Объем V конуса можно рассчитать по формуле:

V = 1 / 3 π r² h

где r — радиус основания конуса, а h — высота конуса.

2. Пример:

• Предположим, радиус основания рожка r = 3 см и высота h = 10 см.

• Рассчитаем объем мороженого в одном рожке:

V = 1 / 3 π (3²) (10) = 1 / 3 π (9)(10) = 30π ≈ 94.25 см³

3. Оптимизация упаковки:

• Теперь предположим, что у вас есть коробка размером L = 30 см, W = 20 см и H = 15 см.

• Чтобы определить, сколько рожков можно упаковать в коробку, необходимо учитывать высоту и основание каждого рожка.

• По высоте:

N_H = (⌊ 15 / 10)⌋ = 1

• По основанию (с учетом, что основание каждого рожка занимает квадрат со стороной 2r = 6 см):

• По длине:

N_L = (⌊30 / 6)⌋ = 5

• По ширине:

N_W = (⌊ 20 / 6)⌋ = 3

4. Общее количество рожков:

• Общее количество рожков, которые можно упаковать в коробку:

N = N_L × N_W × N_H = 5 × 3 × 1 = 15

5. Общий объем мороженого:

• Общий объем мороженого, который можно упаковать в коробку:

V = 15 × 30π ≈ 15 × 94.25 ≈ 1413.75 $см^3$

Эта задача демонстрирует, как можно использовать математические принципы для максимизации объема упаковки конусообразных товаров, таких как мороженое в вафельных рожках. Оптимизация упаковки позволяет не только максимально использовать пространство, но и улучшить эффективность логистики и транспортировки.

2. Сравнить поверхности (без верхнего основания) конуса, прямоугольного параллелепипеда и цилиндра при одинаковом объёме.

Конус

$l=10$ *см*, $V_{max}=0{,}403\cdot10^3=403$ *см*^{3}

$$h = \frac{l}{\sqrt{3}} = \frac{10}{1{,}73} \approx 5{,}77 \text{ см}$$

$$r = l\sqrt{\frac{2}{3}} = 10\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 8{,}16 \text{ см}$$

$S_{б.п.}=\pi rl=3{,}14\cdot8{,}16\cdot10\approx$ **256,35 см²**

Параллелепипед

$V=403$ *см*^{3}, $h=5{,}77$ *см*

$V=S_{осн.}\cdot h$

$S_{осн}=403:5{,}77\approx69{,}84$ *см*^{2}

$a=b\approx8{,}36$ *см*

$S_{б.п.}=2\cdot(ab+bc+ac)\approx193$ *см*^{2}

$\mathbf{S_{пов.\ без\ верха}\approx262{,}84}$ **см²**

Цилиндр

$V_{цилиндра}=\pi r^2h$

$S_{б.п.}=2\pi rh$

$h=5{,}77$ *см*

$\pi r^2=403:5{,}77\approx69{,}84$ *см*^{2}

$r^2=69{,}84:3{,}14\approx22{,}23$ *см*^{2}

$r\approx4{,}72$ *см*

$S_{б.п.}=2\cdot3,14\cdot4,72\cdot5,77\approx171,12$ *см*^{2}

$S_{осн}=\pi r^2\approx69,84$ *см*^{2}

$\boldsymbol{S_{пов.\ без\ верха}}\approx171,12+69,84$ **=240,96см^2**

Если основываться только на площади поверхности (что влияет на стоимость материала), то конус более выгодный вариант, чем прямоугольный параллелепипед, так как требует меньше материала для упаковки, но менее выгоден, чем цилиндр. Однако окончательное решение зависит от конкретных параметров, таких как стоимость материала, логистика и требования к упаковке.

V Заключение

В результате выполнения исследовательской работы мной были изучены основные элементы конуса. Были изготовлены модели конических сосудов разных объемов, для каждого из которых была проверена выдвигаемая гипотеза. Результаты измерений и анализ данных подтверждают справедливость гипотезы. Вырезая сектор из круга и правильно формируя конус, можно получить конус максимального объема. Я это доказала с помощью математических методов оптимизации, таких как использование производных для нахождения максимума функции объема и изучила эти доказательства из литературы. Исследование вопроса о том, как вырезание сектора из круга влияет на объем образуемого конуса, является актуальным и многообещающим направлением в математике и смежных областях. Это не только помогает углубить понимание геометрических свойств, но и применить эти результаты в различных областях инженерии и дизайна, что приводит к созданию более эффективных и экономичных конструкций, что в конечном итоге влияет на устойчивое развитие и снижение затрат в различных отраслях. Они обеспечивают экономию материала за счет эффективного использования пространства, минимизации отходов и упрощения производственного процесса.

Литература

1.Математика: Школьная энциклопедия – 2003

2. Спивак А. Кеплер и винные бочки – австрийские и рейнские / А.Спивак, В. Тихомиров // Квант. 2000. № 6. С. 3-11.

3. Петров, С.М. Конус максимального объёма в природе // Квант. 1972. № 4. С. 28-29.

4. Атанасян Л.С и др. Геометрия 10-11. Учебник для общеобразовательных школ, М.: Просвещение, 2015

5. Андреев Н.Н., Коновалов С. П., Панюнин Н. М, Математическая составляющая, М.: Фонд «Математические этюды», 2015 год

6.Я. И. Перельман 'Занимательная алгебра'/учебное пособие, Издательский дом «Тион», 2022

Интернет- ресурсы:

6. http://etudes.ru - сайт «Математические этюды»

7. http://scolaire.ru/russkiye_meri.php - сайт «Старые русские меры»

Приложения

Приложение 1

Духовые инструменты

Приложение 2

Длина образующей, *см*	**L**	10																	
Радиус основания, *см*	**R**	9,4444	9,3056	9,1667	9,0278	8,8889	8,75	8,6111	8,4722	8,3333	8,1944	8,0556	7,9167	7,7778	7,6389	7,5	7,3611	7,2222	7,0833
Высота конуса, *см*	**h**	3,29	3,66	4,00	4,30	4,58	4,84	5,08	5,31	5,53	5,73	5,93	6,11	6,29	6,45	6,61	6,77	6,92	7,06
Объём конуса, *см³*	**V**	307,00	332,03	351,67	367,09	379,06	388,15	394,79	399,31	401,99	**403,03**	402,65	400,98	398,17	394,35	389,62	384,07	377,80	370,88
Угол вырезаемого сектора, °	**β**	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105
Угол развертки, °	**α**	340	335	330	325	320	315	310	305	300	295	290	285	280	275	270	265	260	255
Площадь поверхности конуса, *см²*	**S**	296,71	292,34	287,98	283,62	279,25	274,89	270,53	266,16	261,80	257,44	253,07	248,71	244,35	239,98	235,62	231,26	226,89	222,53

Рецензия на исследовательскую работу
"Максимальный объем конуса: математическое моделирование и решения".
Автор: Косырева Анастасия Андреевна
Класс: 11 класс

Работа представляет собой интересное исследование, посвященное определению максимального объема конуса с использованием методов математического моделирования .Работа написана грамотным научным языком. Оформление работы в целом соответствует предъявленным требованиям. Во введении Косырева Анастасия Андреевна выдвинула гипотезу о том, что существует оптимальный угол сектора, вырезаемого из круга, который позволяет создать конус с максимальным объемом. Четко сформулировала цель, заострила внимание на постановке конкретных задач. Автор продемонстрировала глубокое понимание темы и умение применять математические концепции для решения практической задачи. Хочется отметить сильные стороны работы:

1. Актуальность темы: Вопрос о максимизации объема геометрических фигур всегда вызывает интерес, как в теоретической, так и в прикладной математике. Исследование объема конуса имеет практическое значение в различных областях, включая архитектуру и инженерное дело.

2. Структура работы: Работа четко структурирована. Автор последовательно излагает теоретические основы, формулирует задачу, приводит необходимые формулы и проводит математические выкладки.

3. Математическое моделирование: Использование методов математического моделирования для нахождения максимального объема конуса является сильной стороной работы. Автор корректно применяет производные для нахождения экстремумов функции и демонстрирует умение работать с графиками.

4. Иллюстрации и графики: Визуализация результатов с помощью графиков значительно облегчает восприятие информации и позволяет лучше понять процесс нахождения максимума.

5. Практическое применение: В работе есть раздел, посвященный практическому применению полученных результатов. Например, как знание о максимальном объеме конуса может быть использовано в реальных задачах, рассмотрев задачу про стаканчики для мороженого и упаковку для цветов.

Список литературы включает разнообразные источники, оформленные в соответствии с требованиями.

В целом, работа "Максимальный объем конуса: математическое моделирование и решения" выполнена на высоком уровне. Автор продемонстрировала хорошие аналитические способности и умение применять математические знания на практике. Работа интересная и познавательная.

Рекомендации: продолжить работу над исследованием с целью расширения доказательной базы для своих выводов.

Дата 07.11.2025 Рецензент: Бухонина Е.В.

Прошина Н.В.