Муниципальное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа пос.Титово

Научно – практическая конференция школьников «Старт в науку»

Исследовательская работа

по математике на тему:

«***Неожиданная математика***»

Выполнила: Жигадло Алёна,

ученица 11 класса.

Руководитель: Бареева Румия Вахитовна,

учитель математики и информатики

МОУ СОШ пос.Титово

2020 год

Содержание

1 . Введение «Математика вокруг нас»

В жизни вы не встретите ни одного человека, который не занимался бы математикой. Каждый из нас умеет считать, знает таблицу умножения, умеет строить геометрические фигуры. С этими фигурами мы часто встречаемся в окружающей жизни. Кто-то из вас, возможно, думает, что различные замысловатые линии и поверхности можно встретить только в книгах учёных математиков. Однако это не так. Стоит внимательно присмотреться, и мы сразу обнаружим вокруг нас всевозможные геометрические фигуры, математические расчёты и формулы. Оказывается, их очень много, просто раньше мы их не замечали.

Неожиданность математического факта предают ему некое очарование, создавая то, что называется красотой математики, наряду с неожиданными и притом короткими путями доказательств теорем.

Я заинтересовалась некоторыми интересными математическими фактами и парадоксами из области геометрии, задачами древности, способами их решения. Например, в древние времена нашим предкам было необходимо считать, сравнивать, узнавать, кто больше принес домой добычи и сколько дать еды каждому человеку в семье. Знать сколько требуется для заготовки еды, посуды и многого другого. И для этого древние люди научились считать, а затем решать задачи для нахождения какой-либо информации. До нашего времени сохранились некоторые задачи.

Актуальность моей темы состоит в том, что в школьном курсе математики мы не изучаем софизмы и геометрические парадоксы, не внедряемся в глубь самой математики. А ведь математика, как и мир, в котором мы живём, поражает нас сегодня своими разительными контрастами и противоречиями.

Цель моей работы:

1. Показать развитие математики через века и страны с целью повышения интереса к предмету.
2. Показать мало известные примеры об интересных свойствах четырехугольников и окружностей.
2. Исследовать «невозможный треугольник» ПЕНРОУЗОВ и законы проектирования.
3. Показать поразительную красоту листа Мёбиуса.
4. Провести социологический опрос среди учащихся о важности предмета математики.

2. Математика через века и страны

2.1. Немножечко истории

Надо отметить, что развитие математики началось с создания практических искусств счета и измерения линий, поверхностей и объёмов. Понятие о числах формировалось постепенно и осложнялось неумением первобытного человека отделять числовую абстракцию от ее конкретного представления. Из-за этого счет долго оставался только вещественным: использовались пальцы, камешки, пометки. Затем появилась идея считать не только единицами, но и, так сказать, пакетами единиц, содержащими, например, 10 объектов. Это нашло отражение в языке, а затем и в письменности. Для запоминания результатов счета делали зарубки, узелки и т.п. С изобретением письменности стали использовать буквы или особые значки для сокращенного изображения больших чисел.

2.2. Математическая мысль Древнего Египта

Наиболее древние письменные математические тексты датируются примерно началом II тысячелетия до нашей эры. Математические документы сохранились только в Египте, Вавилоне, Китае и Индии. Около 5 тысяч лет назад при фараоне Джосере был признан богом мудрости великий врачеватель, государственный деятель и первый известный нам по имени математик Имхотеп.

Математические правила, нужные для земледелия, астрономии и строительных работ, древние египтяне записывали на стенах храмов или на папирусах. Денежных расчетов, как и самих денег, в Египте не было. Еще 4 тысячи лет назад они решали практические задачи по арифметике, алгебре и геометрии, причем в арифметике пользовались не только целыми числами, но и дробями. Высшим достижением египетской математики является точное вычисление объема усеченной пирамиды с квадратным основанием.

2.3. Задачи из папируса Ахмеса

Современная наука располагает сравнительно небольшим числом египетских математических документов – около пятидесяти папирусов. Самым древним из них является «московский папирус» (5,44 м х 8 см), относящийся к эпохе 1850 г. до н.э. и содержащий 25 задач с решениями. Он был приобретен в 1893 г. русским востоковедом В.С. Голенищевым, а в 1912 г. перешел в собственность Московского музея изобразительных искусств. Папирус расшифровал русский академик Б.А. Тураев в 1917 г., а детально он был изучен в 1927 г. советским академиком В.В. Струве.

Самый большой сохранившийся до наших дней древнеегипетский математический текст – это так называемый папирус писца XVIII–XVII вв. до н.э. Ахмеса. Папирус имеет размер 5.25 м х 33 см и содержит 84 задачи. Он был приобретен в 1858 году шотландским египтологом Генри Райндом и изучен впервые профессором Гейдельбергского университета Августом Эйзенлором в 1877 году.

Вот одна из задач Ахмеса (задача-путешественница).

У семи лиц по семь кошек, каждая кошка съедает по семь мышей, каждая мышь съедает по семь колосьев, из каждого колоса может вырасти по семь мер ячменя. Как велики числа этого ряда и их сумма?

(ответ: 7; 49; 343; 2401; 16807; 19607.)

2.4. Математика Вавилона

В Древнем Вавилоне математика зародилась задолго до нашей эры. Вавилонские памятники в виде глиняных плиток (всего около 500 000, причем из них примерно лишь 150 с текстами математических задач и 200 с числовыми таблицами) с клинописными надписями хранятся в различных музеях мира. Расшифровкой и анализом клинописных текстов много занимались историки-математики Отто Нейгебауэр (1899–1990 гг.) и Франсуа (1872–1944 гг.).

В этих текстах мы находим достаточно удобные способы решения ряда практических задач, связанных с земледелием, строительством и торговлей.

Вавилоняне были основоположниками астрономии, создали шестидесятиричную систему счисления, решали уравнения второй степени и некоторые виды уравнений третьей степени при помощи специальных таблиц. Документальным свидетельством высокой вычислительной культуры служит и высказывание ассирийского царя Ашшурбанипала (VII в. до н. э.): «Я совершаю запутаннейшие деления и умножения…».

Надо отметить, что корни своей культуры вавилоняне в значительной степени унаследовали от шумеров.

2.5. Математическая мудрость Древнего Китая

Возникновение китайской цивилизации на берегах реки Хуанхэ относится к началу II тыс. до н.э. Сохранились обозначения цифр на гадательных костях животных XIV в. до н.э. Цифры в древнем Китае обозначались специальными иероглифами, которые появились во II тысячелетии до н. э., и начертание их окончательно установилось к III веку до н. э. Эти иероглифы применяются и в настоящее время. Китайский способ записи чисел изначально был мультипликативным. Например, запись числа 1946, используя вместо иероглифов римские цифры, можно условно представить как 1M9C4X6. Вычисления производились на специальной счетной доске суаньпань, по принципу использования аналогичной русским счётам. Ноль сначала обозначался пустым местом, специальный иероглиф появился около XII века н. э. Для запоминания таблицы умножения существовала специальная песня, которую ученики заучивали наизусть.

Среди важнейших достижений китайской математической мысли отметим следующие: правило двух ложных положений, введение отрицательных чисел, десятичных дробей, методов решения систем линейных уравнений, алгебраических уравнений высших степеней и извлечения корней любой степени.

2.6. Задачи Древней Греции

Математика в современном понимании этого слова родилась в Древней Греции. Математической теории в полном смысле этого слова не было, дело ограничивалось сводом эмпирических правил, часто неточных или даже ошибочных. Математику использовали либо для обыденных нужд (подсчеты, измерения), либо, наоборот, для магических ритуалов, имевших целью выяснить волю богов (астрология, нумерология).

Известная пифагорейская школа выдвинула тезис «Числа правят миром», или, как сформулировали эту же мысль два тысячелетия спустя, «Природа разговаривает с нами на языке математики» (Галилей). Это означало, что истины математики есть в известном смысле истины реального бытия.

Для открытия таких истин пифагорейцы разработали законченную методологию. Сначала они составили список первичных, интуитивно очевидных математических истин (аксиомы, постулаты). Затем с помощью логических рассуждений (правила которых также постепенно унифицировались) из этих истин выводились новые утверждения, которые также обязаны быть истинными. Так появилась дедуктивная математика.

Известна так называемая задача Дидоны с красивым и в некотором роде «сказочным» сюжетом.

Итак, в древнем мифе рассказывается, что тирский царь Пигмалион убил Сихея, мужа своей сестры Дидоны, чтобы овладеть ее богатством. Дидона, покинув Финикию, после многих приключений оказалась в Северной Африке. Король нумидийцев Ярб обещал подарить Дидоне участок земли на берегу моря, «не больше, чем можно окружить воловьей шкурой». Хитрая Дидона разрезала воловью шкуру на тонкие полоски, связала из них очень длинную веревку и отмерила большой участок земли, на котором основала город Карфаген.

Вопрос: участок земли какой формы окружила Дидона веревкой данной длины, чтобы получить наибольшую площадь?

(решение этой задачи следует из изопериметрического свойства круга: среди всех плоских фигур данного периметра максимальную площадь имеет круг. Это замечательное свойство круга было известно в Древней Греции. Поэтому Дидона окружила имевшейся веревкой участок земли в форме полукруга с центром на берегу моря.)

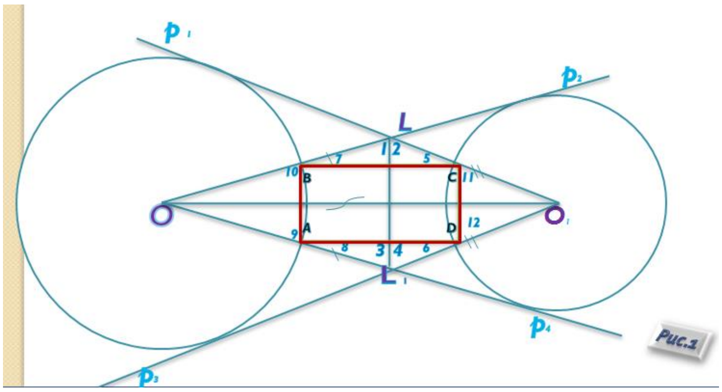
3. Геометрические неожиданности.

3.1. *Задачи Исаак Ньютона.*

Исаак Ньютон говорил, что ощущает себя ребёнком, собирающим на берегу красивые камешки, в то время как перед ним лежит целый океан непознанного.

Ниже приведены геометрические результаты, которые носят оттенок неожиданности при первом знакомстве с ним.

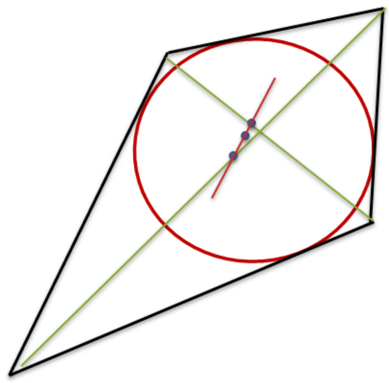
1 задача. Сначала возьмём две окружности и проведём из центра каждой из них касательные к другой окружности (рис.№1). Соединим теперь точки пересечения касательных с окружностями. Полученный четырёхугольник оказывается прямоугольником. Факт действительно неожиданный.



Доказательство.

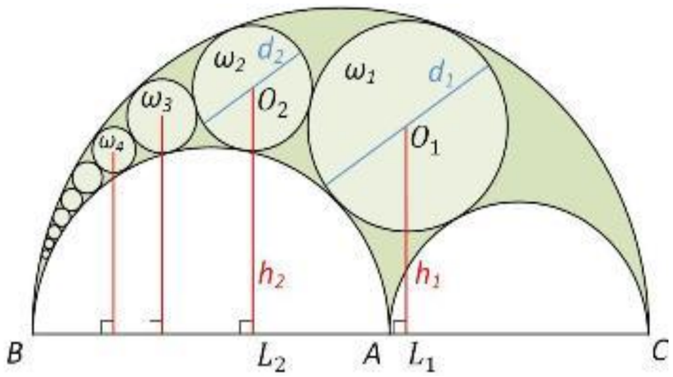
Выполним дополнительное построение OO_1 – отрезок, получим два треугольника OLO_1 и OL_1O_1 Они равны по второму признаку равенства треугольников ($\angle 1=\angle 2$, $\angle 3=\angle 4$(по свойств у касательных), OO_1 – общая сторона). Так как в равных треугольниках против равных углов лежат равные стороны, значит $OL=LO_1$, $LO = L_1O_1$. Рассмотрим треугольники BLC и AL_1D он равны по первому признаку равенства треугольников ($\angle L = \angle L_1$ ($\angle 5 +\angle 6 = \angle 7 +\angle 8$) $BL = AL_1$ ($OL = OB + BL$; $OL_1 = AO + AL_1$ значит $OL= OL_1$; $BL = OL- OB$, а $AL_1 = OL_1 – OA$) (*). $LC = L_1D$(аналогично равенство (*)). Значит $BC = AD$. Теперь рассмотрим треугольники OBA и L_1OL они подобны по углу и двум сторонам($\angle O$ – общий $L_1O:AO=LO:OB$($OA=OB$ как радиусы; $L_1O=LO$ т.к. треугольник L_1OL равнобедренный), значит $\angle 9$ и $\angle 7$ равны, а они соответственные => $AB//L_1L$. Аналогично доказывается параллельность прямых CD и L_1L; т.к. если две прямые параллельны к третей, то они тоже параллельны, значит AB//CD. Углы DAB и ABC равны($\angle 9$ и $\angle 11$ $\angle 16$ и $\angle 12$ равны соответственно), аналогично $\angle BCD$ и $\angle CDA$ равны. Сумма $\angle ABC$ и $\angle BCD$ равна 180^0, а значит сумма любых двух углов в четырёхугольнике равна $180^{0,}$ т.к. сумма углов в четырехугольнике равна 360^0 , *получили, что все углы в данном четырёхугольнике ABCD равны, и каждый из них равен 90^0.*

2 задача. Исааку Ньютону принадлежит так же интересный результат об описанном четырехугольнике. Он обратил внимание на то, что центр окружности, вписанный в четырехугольник, лежит на прямой, соединяющий середины диагонали.



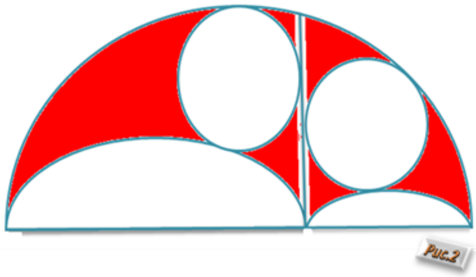
Формулировка: *что во всяком описанном четырехугольнике середины диагоналей и центр вписанной окружности расположены на одной прямой.*

3.2. «Теорема об арбелосе».



А вот автор второй неожиданности всем известен — это знаменитый Архимед. Исследуя луночки, образованные окружностями, о которых можно прочесть в рассказе **«Гиппократовы луночки»**, он обнаружил, что две окружности, вписанные в половинки таких луночек, равны. Изображенная фигура, получающаяся из полукруга удалением двух полукругов, напоминает средневековую алебарду, а Архимеду она напоминала нож, который использовали скорняки для выделки кож. Он назывался «арбелосе», именно поэтому данная теорема вошла в историю как «теорема об арбелосе».

Формулировка: *Если полукруг разбить на два криволинейных треугольника и вписать в каждый из них окружность, то эти окружности будут равны.*



3.3. «На стенах японских пагод…»

На стенах японских пагод изображено множество подобных фактов открытых японскими математикам, так в 1800 году на стенах одного из храмов появилась дощечка, сообщавшая о следующем факте.

Разобьём многоугольник, вписанный в окружность, на треугольники, проводя из какой-нибудь его вершины все диагонали (рис.№3). Впишем в каждый из получившихся треугольников окружность. Сумма радиусов этих окружностей – величина постоянная, не зависящая от выбора вершины многоугольника. В дальнейшем удалось доказать и более сильное утверждение: та же сумма получается для любого способа разбиения вписанного многоугольника на треугольники (рис. №4).

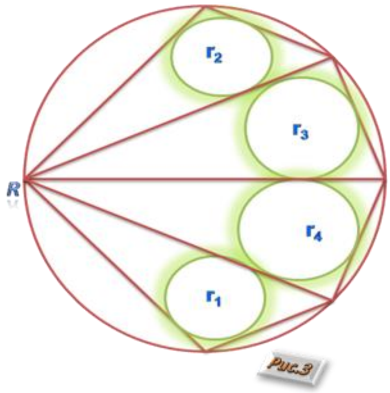


Рис.3

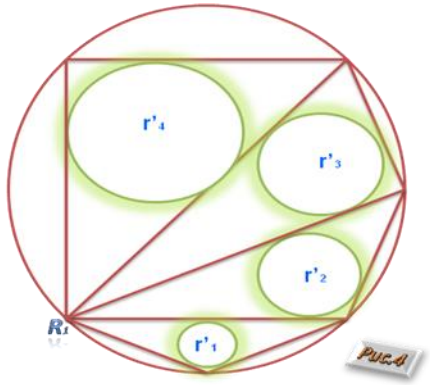
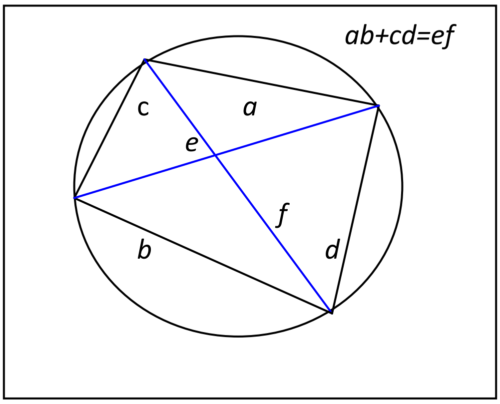


Рис.4

3.4. «Теорема Клавдия Птолемея».

Следующие факты касаются четырёхугольников вписанных в окружность и описанных вокруг нее. Однако мало кто знает об интересных свойствах таких четырехугольников. Открытие одного из них принадлежит Клавдию Птолемею, жившему во 2 веке. Птолемей обнаружил, что сумма произведений длин противоположных сторон вписанного четырехугольника равна произведению длин его диагоналей.

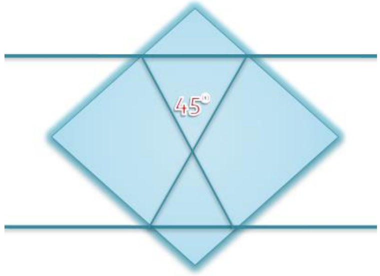


Формулировка: *Для того, чтобы около четырёхугольника описать окружность, необходимо и достаточно, чтобы сумма произведений его противоположных сторон равнялось произведению диагоналей.*

Это теорема называется «теорема Птолемея», оказалась очень полезной ему самому при астрономических расчетах.

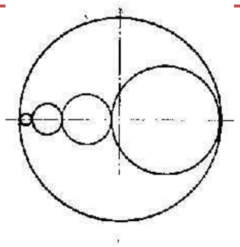
3.5. Миниатюра математика В.В. Произволова.

Рассмотрим две параллельные прямые. Построим квадрат со стороной, равной расстоянию между прямыми. Если соединить « накрест» (рис. №10) точки пересечения границ квадрата с прямыми, то образованный угол равен 45^0.

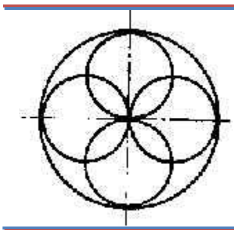


Формулировка: *Если построить на параллельных прямых, квадрат со стороной равный расстоянию между параллельными прямыми и соединим точки пересечения квадрата с прямыми накрест, то получим, что образованный угол равен* 45^0

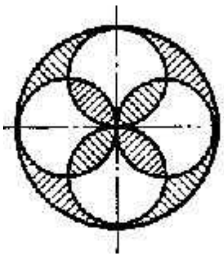
4. Ряд примеров математических неожиданностей.



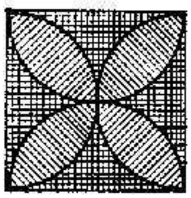
1. В большую окружность вписан ряд меньших окружностей, центры которых находятся на одной линии. Общая длина таких вписанных окружностей всегда равна длине описанной окружности.



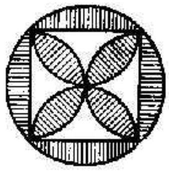
2. В большом круге расположены четыре меньших с диаметром вдвое меньшим, чем диаметр большого. Площадь четырех малых кругов равна площади большого.



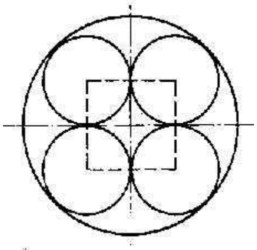
3. Аналогичный случай. В большую окружность вписаны четыре других с вдвое меньшим диаметром. Площадь четырех частей (заштриховано) большого круга равна площади такого же количества частей (заштриховано) малых кругов.



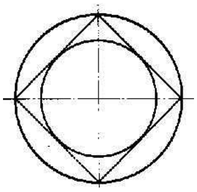
4. В квадрат вписаны четыре одинаковые дуги. Общая площадь четырех частей (заштриховано одной линией) кругов нэ равна площади четырех частей (заштриховано двумя линиями) квадрата.



5. В большую окружность вписаны квадрат и четыре полуокружности. Заштрихованная площадь большого круга равна заштрихованной площади малых полуокружностей.



6. В большую окружность вписаны четыре меньших, так, что они соприкасаются с большой окружностью только в одной точке и друг с другом в двух точках. Центры малых окружностей образуют вершины квадрата. Центры любых других окружностей (при четном их количестве), вписанных в большую окружность на тех же условиях, всегда будут находиться в вершинах многоугольников с четным количеством сторон.



7. В большую окружность вписан квадрат, а в квадрат еще одна окружность. Удвоенная площадь малого круга, вписанного в квадрат, равна площади большого круга.

5. НЕВОЗМОЖНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК ПЕНРОУЗОВ.

Невозможный треугольник — один из удивительных математических парадоксов. При первом взгляде на него ни на секунду не можешь усомниться в его реальном существовании. Однако это только иллюзия, обман. А саму возможность такой иллюзии объяснит нам математика!.

5.1. Открытие Пенроузов

В 1958 году Британский психологический журнал опубликовал статью Л. Пенроуза и Р. Пенроуза, в которой они ввели в рассмотрение новый тип оптической иллюзии, названной ими «невозможный треугольник».

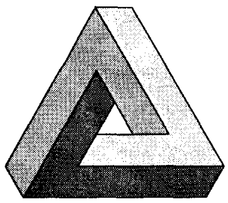


Рис. 1

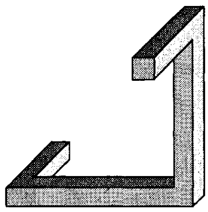


Рис. 2

Зрительно невозможный треугольник воспринимается как реально существующая в трехмерном пространстве конструкция, составленная из прямоугольных брусков. Но это всего лишь оптическая иллюзия. Построить реальную модель невозможного треугольника нельзя.

5.2 Из каких элементов строится невозможный треугольник?

Точнее, из каких элементов он кажется нам (именно кажется!) построенным? В основе конструкции лежит прямоугольный уголок, который получается соединением под прямым углом двух одинаковых прямоугольных брусков. Таких уголков требуется три штуки, а брусков, стало быть, шесть штук. Эти уголки надо определенным образом зрительно «соединить» один с другим так, чтобы они образовали замкнутую цепь. То, что получится, и есть невозможный треугольник.

Первый уголок поместим в горизонтальной плоскости. К нему присоединим второй уголок, направив одно из его ребер вверх. Наконец, к этому второму уголку пристроим третий уголок так, чтобы его ребро было параллельно исходной горизонтальной плоскости (рис. 2). При этом два ребра первого и третьего уголков будут параллельны и направлены в разные стороны.

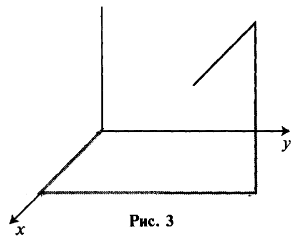


Рис. 3

Если считать брусок отрезком единичной длины, то концы брусков первого уголка имеют координаты (0; 0; 0), (1; 0; 0) и (1; 1; 0), второго уголка — (1; 1; 0), (1; 2; 0) и (1; 2; 1), третьего — (1; 2; 1), (1; 2; 2) и (2; 2; 2). Мы получили реально существующую в трехмерном пространстве «закрученную» конструкцию (рис. 3).

А теперь попробуем мысленно посмотреть на нее из разных точек пространства (или сделайте реальный макет из проволоки). Представьте, как она выглядит из одной точки, из другой, из третьей. При изменении точки наблюдения (или — что то же самое — при повороте конструкции в пространстве) будет казаться, что два «концевых» ребра наших уголков перемещаются относительно друг друга. Не трудно подобрать такое положение, при котором они соединятся (конечно, при этом ближний уголок будет казаться нам толще, чем более дальний).

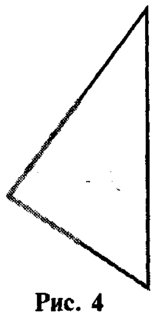


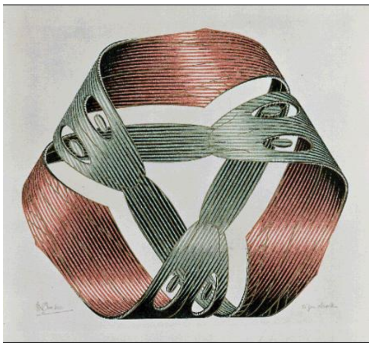
Рис. 4

Но если расстояние между ребрами намного меньше расстояния от уголков до точки, из которой мы рассматриваем нашу конструкцию, то оба ребра будут иметь для нас одинаковую толщину, и возникнет представление о том, что эти два ребра — на самом деле продолжение один другого. Такая ситуация изображена на рисунке 4.

Кстати, если мы одновременно посмотрим на отражение конструкции в зеркале, то там замкнутой цепи не увидим.

А из выбранной точки наблюдения мы собственными глазами видим свершившееся чудо: имеется замкнутая цепь из трех уголков. Только не меняйте точку наблюдения, чтобы эта иллюзия (на самом деле именно иллюзия!) не разрушилась. Теперь можно нарисовать видимый вам объект или поместить в найденную точку объектив фотоаппарата и получить фотографию невозможного объекта. *(Доказательство невозможности треугольника Пенроузов в* ***приложении 1)***

6. Лист Мебиуса и его свойства



Лист Мебиуса относится к числу «математических неожиданностей». Рассказывают, что открыть свой «лист» Мебиусу помогла служанка, сшившая однажды неправильно концы ленты. Как бы то ни было, но в 1858 году Лейпцигский профессор Август Фердинанд Мебиус(1790 – 1868),ученик К.Ф.Гаусса, астроном и геометр, послал в Парижскую академию наук работу, включающую сведения об этом листе. Семь лет он дожидался рассмотрения своей работы и, не дождавшись, опубликовал ее результаты.

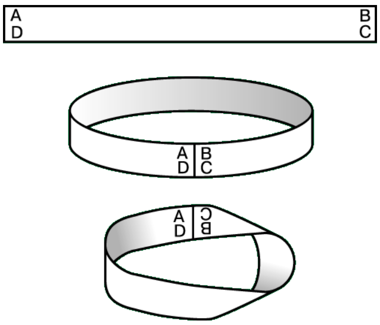
Одновременно с Мебиусом изобрел этот лист и другой ученик К.Ф Гаусса – Иоганн Бенедикт Листинг(1808 – 1882), профессор Геттингенского университета. Свою работу он опубликовал на три года раньше, чем Мебиус, - в 1862 году.

Что же поразило этих двух немецких профессоров?

У листа Мебиуса всего одна сторона. Мы же привыкли к тому, что у всякой поверхности, с которой мы имеем дело (лист бумаги, велосипедная или волейбольная камера), - две стороны. Убедиться в односторонности листа Мебиуса очень просто: начните постепенно окрашивать его в какой-нибудь. Цвет, начиная с любого места, и по завершении работы, вы обнаружите, что весь он полностью окрашен.

Представим себе насекомое, которое оставило на полу метку и совершает обход вокруг полоски до тех пор, пока не встретит ее снова. Тогда оно обнаружит, что метка находится не на полу, а на потолке и что необходимо обойти еще раз вокруг полоски, чтобы метка снова очутилась на полу. Если насекомое настроит вдоль улицы домов и будет нумеровать их слева четные, то, продолжая движение, вскоре увидит слева четные, справа нечетные. Что произошло – изменились понятия левое-правое или (страшно подумать) четное-нечетное?

Лист Мебиуса обладает еще одним любопытным свойством – непрерывностью. Если разрезать лист Мебиуса по средней линии, то он превратится в более узкую и длинную дважды перекрученную замкнутую ленту еще ее называют «афганской лентой», лента, которая имеет две стороны и две границы.



Поверхность называют связной, если она состоит из одного куска. Лист Мебиуса – двусвязный. Если разрезать его вдоль, он превратится не в два отдельных кольца, а в одну целую ленту. Если перекрутить ленту на два оборота, то лист становится односвязным. Три оборота – связность снова равна двум. А четыре? Да, вы, уже догадались как дальше станут развиваться события.

И наконец, то, что носит название «хроматический номер». Он равен максимальному числу областей, которые можно нарисовать на поверхности так, чтобы каждая из них имела общую границу со всеми другими. Если каждую такую область выкрасить по-разному, то любой цвет должен соседствовать с любым другим. Каков же хроматический номер листа Мебиуса? Он, как ни поразительно, равен шести.

Лист Мебиуса – топологический объект, простейшая односторонняя поверхность. В топологии изучаются топологические свойства фигур, т. е. свойства, не изменяющиеся при любых деформациях, производимых без разрывов и склеиваний (точнее, при взаимно однозначных и непрерывных отображениях).

7. Заключение

«Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит» М.В. Ломоносов.

Не только руки, ноги, тело требуют тренировки, но и **мозг человека требует упражнений**. Решение задач, головоломок, математических ребусов развивает логическое мышление, скорость реакции. Недаром говорят, что математика – это гимнастика ума.

В настоящее время существует достаточно большое количество литературы, в которой мы сможем найти старинные задачи. Это могут быть задачи не только из «Арифметики» Магницкого, но это могут быть и задачи разных народов и времен. Решение разнообразных старинных задач не только обогащает опыт мыслительной деятельности, но и позволяет осваивать важный культурно-исторический пласт истории человечества, связанный с поиском решения задач.

Сведения из истории повышают интерес к изучению математики и углубляют понимание изучаемого раздела программы.

Ознакомление с историческими фактами расширяет умственный кругозор и повышает общую культуру, позволяет лучше понять роль математики в современном обществе.

Решая древние интересные задачи по математике, мы невольно переходим в их эпоху, в атмосферу развития математики. В приложении я собрала задачи, которые могут заинтересовать учащихся.

В своей работе, рассматривая ряд примеров математических неожиданностей, которые не изучаются на уроках, я хотела показать красоту геометрических форм и методов решений.

Литература.

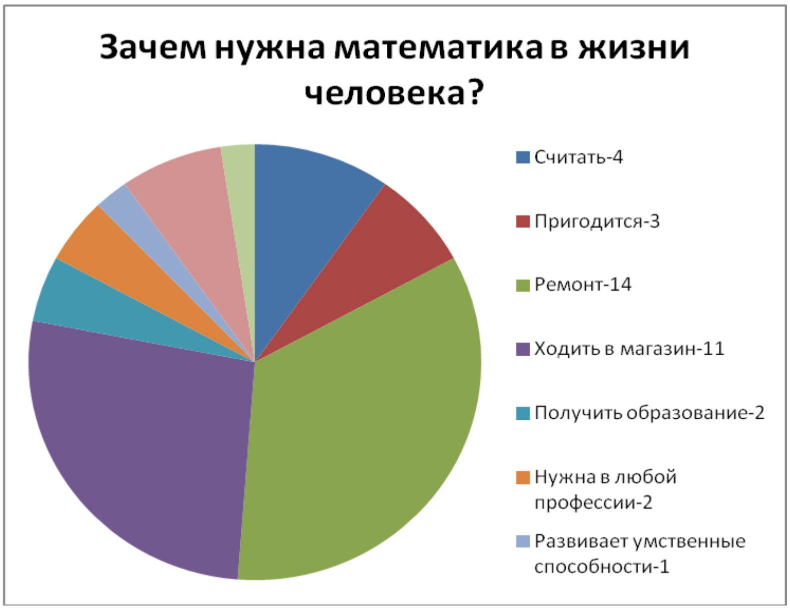
1. Виленкин Н.Я., Шибасон Л.П. ,Шибасова З.Д. За страницами учебника математики. Геометрия. Старинные и занимательные задачи.10-11 / Н.Я. Виленкин, Л.П.Шибасон, З.Д. Шибасова.- М.: Просвещение,2008г. 55с,78-79с,86-89с.
2. Гарднер М.Математические чудеса и тайны./М. Гарднер.-М.:Наука,1986г. 43-48с.
3. www.smartvideos.ru/mebius-transfor
4. http://ru.wikipedia.org/wiki/%CB%E5%ED%F2%E0_%CC%B8%E1%E8%F3%F1%E0

Приложение 1

Результаты социологического опроса

Я провела анкетирование среди учащихся 9-11 классов своей школы.
Было опрошено 15 учащихся.

Анкета №1



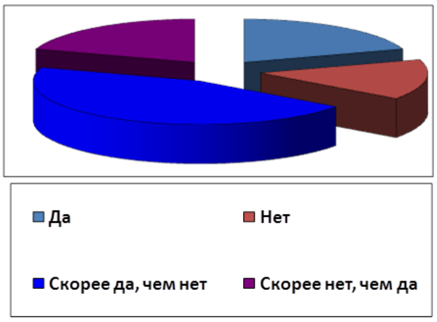
Анкета №2

1. Что такое старинная математическая задача?
2. Когда и кем был написан первый учебник по математике?
3. Кто такой Леонтий Филиппович Магницкий?
4. Какие старинные задачи вы знаете?

Анкета №3

Есть ли в математике до конца не исследованные вопросы?

- **Да-20%**
- **Нет-15%**
- **Скорее да, чем нет- 45%**
- **Скорее нет, чем да- 20%**



✓ В результате проведения социологического опроса, я пришла к выводу:

- в основном ребята воспринимают изучение математики для применения её в жизни для работы с деньгами и расчётами.

- учащиеся не достаточно интересуются историей математики и прибегают к решению старинных задач только лишь в результате участия в олимпиадах.

-чтобы привлечь ребят к математике нужно больше знакомить их с некоторыми интересными математическими фактами и парадоксами из области математики, задачами древности, способами их решения.

Приложение 2

Доказательство невозможности треугольника Пенроузов

Анализируя особенности двумерного изображения трехмерных объектов на плоскости, мы поняли, как особенности этого отображения приводят к невозможному треугольнику. Возможно, кого-то заинтересует и чисто математическое доказательство.

Доказать, что невозможный треугольник не существует, крайне легко, ведь каждый его угол прямой, а их сумма равна 270 градусов вместо «положенных» 180 градусов. Более того, даже если мы будем рассматривать невозможный треугольник, склеенный из уголков, меньших 90 градусов, то в этом случае можно доказать, что невозможный треугольник не существует.

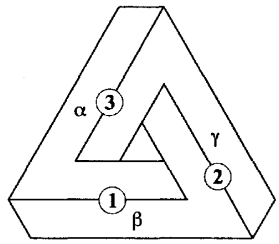


Рис. 16

На рисунке 16 мы видим три плоские грани α, β,γ. Они попарно пересекаются вдоль прямых. Плоскости, содержащие эти грани, попарно ортогональны, поэтому они пересекаются в одной точке.

Кроме того, через эту точку должны проходить линии взаимного пересечения плоскостей. Следовательно, прямые линии 1, 2, 3 должны пересекаться в одной точке. Но это не так. Значит представленная на рисунке 16 конструкция невозможна.

Приложение 3

Эксперименты для всех. Возьмём ленту, разделим каждую её сторону на три одинаковые полоски и склеим, перекрутив один раз лист. Будем резать по пунктирной линии. Если бы лента была перекручена, то сначала мы бы отрезали одно кольцо, а потом ещё два остальных. Всего три кольца, каждое той длины, что и первоначальное, но второе меньшей ширины. Но у нас лист Мёбиуса. И, не отрывая ножниц от бумаги, разрежем пунктирными линиями сразу и получим два сцеплённых кольца(рис.5).

Рис. 1

Рис. 2

Рис. 3

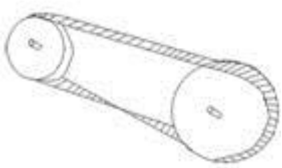


Рис. 4

Рис.5

Искусство и технология.

Лист Мёбиуса служил вдохновением для скульптур и графического искусства. Эшер был одним из художников, кто особенно любил его и посвятил несколько своих литографий этому математическому объекту.

Лист Мёбиуса также часто встречается в научной фантастике, например в рассказе "Стена Темноты". Иногда научно- фантастические рассказы предполагают, что наша вселенная может быть некоторым обобщённым листом Мёбиуса. В рассказе "лист Мёбиуса" автора А.Дж.Дейча, бостонское метро строит новую линию, маршрут которой становится настолько запутанным, что превращается в ленту Мёбиуса, после чего на этой линии начинают исчезать поезда.

Приложение 4

Старинные задачи Леонтия Магницкого

Задача №1. Двенадцать человек несут 12 хлебов: каждый мужчина несет по два хлеба, женщина – по половине хлеба, а ребенок – по четверти хлеба. Сколько было мужчин, женщин и детей?

Ответ. Попробуем мысленно распределить 12 хлебов между мужчинами, женщинами и детьми. Сначала дадим всем по половине хлеба, при этом будет роздано 6 хлебов. Чтобы удовлетворить условию задачи, нужно раздать оставшиеся 6 хлебов мужчинам, а затем взять у каждого из детей по четверти хлеба и также распределить этот хлеб среди мужчин. Каждому мужчине до его нормы не хватает полтора хлеба. Шесть хлебов по полтора хлеба можно распределить между четырьмя мужчинами, после чего каждый из них будет нести по два хлеба. Отсюда следует, что мужчин не менее пяти. Иначе излишки хлеба, имеющиеся у детей, некому было бы нести. Но если бы мужчин было шесть, то они сами, если бы весь хлеб, а женщинам и детям ни чего бы не осталось. Итак, имеется всего пять мужчин. Пятому мужчине до его нормы не хватает полтора хлеба, и именно эти полтора хлеба нужно собрать по четверти у каждого из детей. Так как полтора хлеба состоят из шести четвертей, то детей имеется всего шестеро и, значит, количество женщин равно 12 – 5 – 6 = 1. Следовательно, хлебы несли 5 мужчин, одна женщина и 6 детей.

Задача №2. Четверо купцов имеют некоторую суму денег. Известно, что, сложив свои деньги без первого, они соберут 90 рублей, сложившись без второго – 85 рублей, сложившись без третьего – 80 рублей, сложившись без четвертого – 75 рублей. Сколько денег у каждого купца?

Ответ: Второй, третий и четвертый купцы, сложив свои деньги вместе, соберут, как сказано в условии, 90 рублей. Если от этой суммы отнять деньги второго купца и добавить деньги первого, то получится по условию 85 рублей. Поэтому у первого купца на 5 рублей меньше, чем у второго. Но точно также легко увидеть, что у третьего купца на 5 рублей больше, чем у второго. Значит, первый, второй и третий купцы, сложив свои деньги вместе, соберут втрое больше денег, чем имеется у второго купца. В условии сказано, что эта сумма составляет 75 рублей, и мы находим, что у второго купца было 25 рублей, у первого – 20 рублей, у третьего – 30 рублей. Но тогда у четвертого купца было 35 рулей.

Задача №4. «Сколь он стар?» Некто, будучи вопрошен, сколь он стар, ответствовал: «Когда я проживу еще половину да треть, да четверть моих лет, тогда мне будет сто лет». Сколько лет этому человеку?

Ответ. Предположим, что у каждого человека есть внук, который в 12 раз младше его. Тогда 12 возрастов внука, да еще 6 возрастов внука, да еще 4 возраста внука, да 3 возраста внука составляют, по условию задачи, 100 лет. Другими словами, возраст внука в 25 раз меньше, чем 100 лет, и равен, поэтому 4 годам. Но тогда возраст человека, которому был задан вопрос, равен 48 годам.

Задачи Древней Греции

Если от математики Древнего Востока до нас дошли отдельные задачи с решениями и таблицами, то в Древней Греции рождается наука математика, основанная на строгих доказательствах. Этот важнейший скачок в истории относится к VI-V вв. до н. э.

Задача №5 «Суд Париса»

Один из древнейших мифов содержит сказание троянского царевича Париса…Однажды на свадьбе богиня раздора Эрида подбросила собравшимся гостям яблоко с надписью «прекраснейшая». Из-за этого яблока возник спор между богиней мудрости и справедливой войны Афиной, богиней любви и красоты Афродитой и сестрой и супругой Зевса Герой. Они обратились к царю и отцу богов и людей Зевсу, чтобы он решил, кому должно достаться яблоко. Зевс отправил богинь на гору к Парису, который пас там там свои стада. Парис должен был решить, какая из богинь самая прекрасная. Каждая из богинь старалась склонить юношу на свою сторону: Афина предлагала ему мудрость и военную славу, Афродита- красивейшую женщину на земле в жены. Гера- власть и богатство. Как Парис определил р из богинь, можно узнать, решив старинную задачу.

Богини Гера, Афродита и Афина пришли к юному Парису, чтобы тот решил, кто из них прекраснее. Представ перед Парисом, богини высказали следующие утверждения.

Афродита. Я самая прекрасная. (1) Афина. Афродита не самая прекрасная (2) Гера. Я самая прекрасная. (3) Афина. Афродита не самая прекрасная. (4) Парис, прилегший отдохнуть на обочине дороги, не счел нужным даже снять платок, которым прикрыл глаза от яркого солнца. Но богини были настойчивы, и ему нужно было решить, какая из них самая прекрасная. Парис предложил, что все утверждения прекраснейшей из богинь истинны, а утверждения двух остальных богинь ложны. Мог ли Парис вынести решение, кто прекраснее из богинь?

Задача №6. Задача Дидоны.

В древнем мифе рассказывается, что Тирский царь Пигмалион убил Сихея, мужа своей сестры Дидоны, чтобы овладеть его богатством. Дидона, покинув Финикию, после многих приключений оказалась в Северной Африке. Король нумидийцев Ярт обещал подарить Дидоне участок земли на берегу моря «не больше, чем можно окружить воловьей шкурой». Хитрая Дидона разрезала воловью шкуру на тонкие полоски, связала из них очень длинную веревку и отмерила большой участок земли, на котором основала город Карфаген. Участок какой формы окружила Дидона веревкой данной длины, чтобы получить наибольшую площадь?

Задача №7. О школе Пифагора.

Пифагор Самосский (ок. 570- ок.500 г. до н. э.)- древнегреческий математик и филосов. Основал пифагорейский союз (школу). Пифагорейцы занимались астрономией, геометрией, гармонией (теорией музыки) и арифметикой (теорией чисел). В школе возникло представление о шарообразности Земли.

Тиран острова Самос Поликрат однажды спросил на пиру у Пифагора, сколько у того учеников. Охотно скажу тебе, о Поликрат, - отвечал Пифагор. Половина моих учеников изучает прекрасную математику, четверть исследует тайны вечной природы, седьмая часть молча упражняет силу духа, храня в сердце учение. Добавь еще к ним трех юношей, из которых Теон превосходит прочих своими способностями. Сколько учеников веду я к рождению вечной истины?

Задача 8.

Всякое нечетное число, кроме единицы, есть разность двух квадратов.

Задача 9.

Три грации имели по одинаковому числу плодов и встретили девять муз. Каждая из граций отдала каждой из муз по одинаковому числу плодов. После этого у каждой из муз и каждой из граций стало по одинаковому числу плодов. Сколько плодов было у каждой из граций до встречи с музами?

Задача 10.

Мул и осел под вьюком по дороге с мешками шагали. Жалобно охал осел, непосильною ношей придавлен. Это подметивший мул обратился к сопутчику с речью: «Что ж, старина, ты заныл и рыдаешь, будто девчонка? Нес бы вдвойне я, чем ты, если б отдал одну ты мне меру, если ж бы ты у меня лишь одну взял, то мы бы сравнялись» Сколько нес каждый из них, о геометр, поведай нам это.

Задача 11. Герона Александрийского.

Из-под земли бьют четыре источника. Первый заполняет бассейн за один день, - второй- за два дня, третий-за три дня, четвертый- за четыре дня. За сколько времени наполнят бассейн все четыре источника вместе?

Задача 12. Древнеримская задача (II в.)

Некто, умирая, завещал: «Если у моей жены родится сын, то пусть ему будет дано 2:3 имения, а жене - остальная часть. Если, же родится дочь, то ей ,а не жене ». Родилась двойня - сын и дочь. Как разделить имение?

Задачи Древнего Китая

Возникновение китайской цивилизации на берегах реки Хуанхе относиться к началу II тыс. до н. э. Сохранились обозначения цифр на гадальных костях животных XIII в. до н. э. Среди важнейших достижений китайской математики отметим: введение отрицательных чисел, десятичных дробей, методов решения систем линейных уравнений, уравнений высоких степеней. В Китайских рукописях содержатся наиболее ранние сведения о магических (волшебных) квадратах (V в. до н.э.).

Задача 13.

Заполнить натуральными числами от 1 до 9 квадратную таблицу размером 3Х3 так, чтобы суммы чисел по всем строкам, столбцам и диагоналям были равны одному и тому же числу 15.

Задача 14.

Имеются вещи, число их неизвестно. Если считать их тройками, то остаток 2; если считать их пятерками, то остаток 3; если считать их семерками, то остаток 2. Спрашивается, сколько вещей.

Задачи Древней Индии

Задача 15.

Повар готовит различные блюда с шестью вкусовыми оттенками: острым, горьким, вяжущим, кислым, соленым, сладким. Друг, скажи каково число их разновидностей?

Задача 16.

Прекрасная дева с блестящими очами, скажи мне величину такого числа, которое, будучи умножено на 3, затем увеличено на 3:4 этого произведения, разделено на 7, уменьшено на 1:3 частного, умножено само на себя, уменьшено на 52, после извлечения квадратного корня, прибавления 8 и деления на 10, дает число 2.

Задачи Древней Руси

Задача 17.

Три торговца, не желая отбивать друг у друга покупателей, решили продавать свои апельсины по одинаковой цене. У одного торговца было 50 апельсинов, у другого 30, у третьего только 10. Торговцы условились, что цену можно изменить, лишь бы продажа одновременно производилась у всех трех торговцев по одной и той же цене. Когда весь товар был распродан, то оказалось, что каждый из торговцев выручил за свои апельсины одинаковую сумму, а именно 50 копеек. Как и по какой цене они должны были продать апельсины?

Задача 18.

Сельский виноторговец призвал трех своих сыновей и велел поделить им поровну между собой 7 полных бочонков с вином, 7 таких же бочонков, наполненных вином поровну, и 7 таких же бочонков, но пустых. Как сыновья могут поделить вино и бочонки, чтобы каждому досталось и одинаковое количество вина, и одинаковое число бочонков, если переливать вино из одного бочонка в другой нельзя?

Задача 19.

На скотном дворе гуляли гуси и поросята. Хозяин двора и его сын вышли на двор, посмотрели на живность и пошли в поле. По дороге сын и спрашивает: «Папа, сколько у нас на скотном дворе гусей и сколько поросят?» - «А вот угадай-ка сам. Если считать по головам, то на дворе 25 голов, а если по ногам, то 70 ног». Сколько было гусей и сколько поросят?

Задача 20.

Хозяйка в продолжение поста накопила два горшка масла: один в 8 фунтов, другой в 3 фунта, а третий горшок в 5 фунтов остался у нее

пустым. Перед праздником хозяйке понадобилось одолжить 6 фунтов масла соседке. Как она это сделала, если меркой могли служить только те же три горшка?

Задача 21.

Дед, отец и сын встретили во время прогулки знакомого, который спросил, сколько каждому из них лет. «Нам 131 год и 10 месяцев», - ответил за всех дед и важно зашагал вперед. Тогда их знакомый, продолжая интересоваться их возрастом, спросил отца: «Ну скажите же, сколько вам лет?»- «Мне вместе с сыном 57 лет и 2 месяца,- ответил отец,- а сын на 19 лет и 10 месяцев моложе меня». Так знакомому и не пришлось узнать, сколько лет каждому из них. Сколько лет деду, отцу и сыну?