

XXV научно-практическая конференция

школьников города Пензы «Я исследую мир»

# **Платоновы тела в вирусологии и не только**

**Выполнили:**

Егорова А. В., Анашкина А. Д.,

ученицы 10 класса МБОУ «Лицей №55»

**Научный руководитель:**

Росеева Елена Витальевна,

учитель математики МБОУ «Лицей №55» г. Пензы

г. Пенза, 2020 г.

## *Содержание*

### *1. Введение*

### *2. Основная часть*

#### *2.1. История. Связь с Платоном.*

##### *2.1.1. Отношение к стихии*

#### *2.2. Что такое Платоновы тела?*

##### *2.2.1. Правильный многогранник – что это?*

#### *2.3. Свойства Платоновых тел*

##### *2.3.1 . Понятие двугранного угла*

##### *2.3.2. Симметрия. Дуальность.*

#### *2.4. Где встречаются Платоновы тела?*

#### *2.5. Вирусология*

### *3. Заключение*

### *4. Список литературы*

## **1. Введение**

Правильных многогранников вызывающе мало, но этот весьма скромный по численности отряд сумел пробиться в самые глубины различных наук.

Л.Кэрролл.

### **Актуальность проекта:**

Человек проявляет интерес к многогранникам на протяжении всей своей сознательной деятельности – от двухлетнего ребенка, играющего деревянными кубиками, до зрелого математика, наслаждающегося чтением книг о многогранниках. Некоторые из правильных тел встречаются в природе в виде кристаллов, другие-в виде вирусов. Пчелы строили шестиугольные соты задолго до появления человека, а в истории цивилизации создание многогранных тел наряду с другими видами искусств уходит вглубь веков. Пять правильных тел изучали Теэтер, Платон, Евклид, Гипсикл и Папц.

Наша учеба проходит в медицинском лицее, где мы часто встречаемся с такой наукой как биология. Но больший интерес мы проявляем к математике. Мы решили выявить связь биологии с математикой на примере Платоновых тел.

### **Цель проекта:**

Исследовать все особенности Платоновых тел

### **Задачи проекта:**

- Найти в научной литературе и сети Интернет материал по исследуемой теме
- Обобщить, систематизировать и изучить найденный материал
- Узнать историю Платоновых тел
- Рассмотреть область применения Платоновых тел

**Объект исследования:** Геометрия

**Предмет исследования:** Платоновы тела в медицине, архитектуре, астрономии и т.п.

### **Методы исследования:**

- Наблюдение
- Изучение
- Анализ
- Моделирование
- Систематизирование
- Обобщение
- Определение понятий

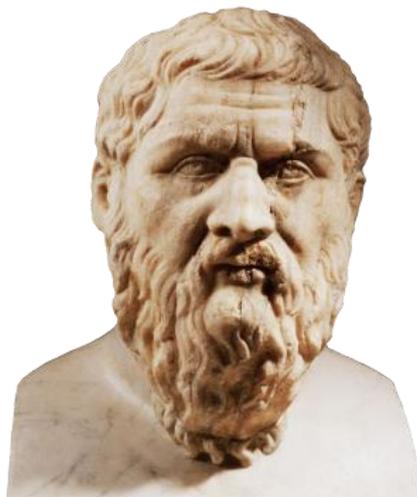
## 2. Основная часть

### 2.1. История. Связь с Платоном.

Вероятнее всего Древнегреческий ученый Платон не имеет отношения к открытию этих замечательных многогранников. Пять правильных многогранников или Платоновых тел использовались и были известны задолго до времени Платона. Кейт Кричлоу в своей книге «Время остановилось» дает убедительное свидетельство тому, что они были известны людям неолита Британии, по крайней мере, за 1000 лет до Платона. Это заявление основывается на наличии ряда сферических камней, хранящихся в музее Ашмолина в Оксфорде. Кричлоу говорит: «То, что у нас есть, представляет собой объекты, несомненно указывающие на степень математических способностей, которые до сих пор отрицались в отношении человека неолита некоторыми археологами или историками математики».

*Тезет Афинский (417–369 до н. э.)*

Современник Платона, дал математическое описание правильных многогранников и первое известное доказательство того, что их ровно пять.

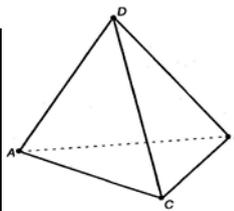


#### 2.1.1. Отношение к стихии

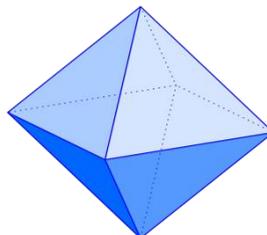
У Платона был другой дар. В современном мире можно было бы назвать Платона популяризатором правильных многогранников. Наибольший вклад Платон сделал именно в том, что рассказал людям о существовании таких предметов как правильные многогранники. И возможно, если бы просто рассказал, то большинство бы быстро забыло о них. Платон же наделил эти, казалось бы, простые предметы невероятной силой, мистическим смыслом и возвел на вершину своего учения.

В попытке объяснить природу всего сущего Платон посчитал пять правильных многогранников первоосновами для строения каждой из стихий:

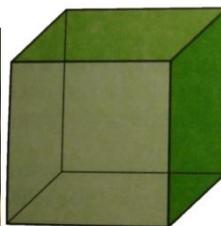
Огонь – соотносился с тетраэдром:



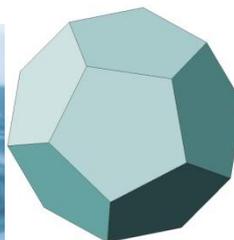
Воздух–соотносился с октаэдром:



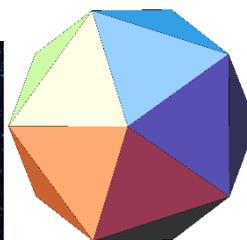
Земля–соотносилась с гексаэдром:



Вода–с додекаэдром:



Икосаэдр – соответствовал Вселенной.



## 2.2. Что такое Платоновы тела?

Многогранники очень популярны среди людей, они всегда были заинтересованы в них. Что же такое многогранник? Многогранником, точнее трёхмерным многогранником называется часть пространства, ограниченная совокупностью конечного числа плоских многоугольников в трёхмерном евклидовом пространстве, такая, что каждая сторона любого из многоугольников есть одновременно сторона другого (но только одного), называемого смежным с первым (по этой стороне).

Издавна ученые интересовались «идеальными» или правильными многоугольниками, то есть многоугольниками, имеющими равные стороны и равные углы. Простейшим правильным многоугольником можно считать равносторонний треугольник, поскольку он имеет наименьшее число сторон. Общую картину интересующих нас правильных многоугольников наряду с равносторонним треугольником составляют: квадрат (четыре стороны), пентагон (пять сторон), гексагон (шесть сторон) и т.д. Очевидно, что теоретически нет каких-либо ограничений на число сторон правильного многоугольника, то есть число правильных многоугольников бесконечно.

### Что такое правильный многогранник?

Существует огромное множество правильных многоугольников. Но сколько же существует правильных многогранников? В XIII книге «Началах Эвклида», посвященной правильным многогранникам, или Платоновым телам (Платон их рассматривает в диалоге «Тимей») мы находим строгое доказательство того, что существует только пять правильных многогранников, а их гранями могут быть только три типа правильных многоугольников: треугольники, квадраты и пентагоны. Названия этих многогранников пришли из Древней Греции, и в них указывается число («тетра»-4, «гекса»-6, «окта»-8, «додека»-12, «икоса»-20).

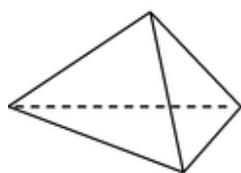


Рис. 1а

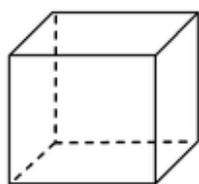


Рис. 1б

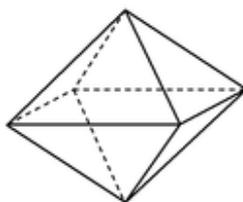


Рис. 1в

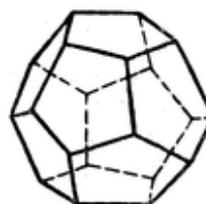


Рис. 1г



Рис. 1д

Существует формула Эйлера для многогранников:  $F+V=E+2$

В этой формуле  $F$  - число граней,  $V$  - число вершин,  $E$  - число ребер. Эти числовые характеристики для Платоновых тел приведены в таблице:

Многогранник	F	V	E	Форма грани
--------------	---	---	---	-------------

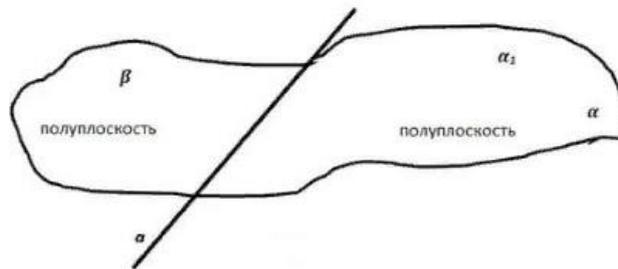
Тетраэдр	4	4	6	Треугольник
Гексаэдр (куб)	6	8	12	Квадрат
Октаэдр	8	6	12	Треугольник
Икосаэдр	20	12	30	Треугольник
Додекаэдр	12	20	30	Пентагон

Важные соотношения между ребрами, диаметрами вписанных и описанных сфер, площадями и объемами правильных многогранников выражаются через иррациональные числа.

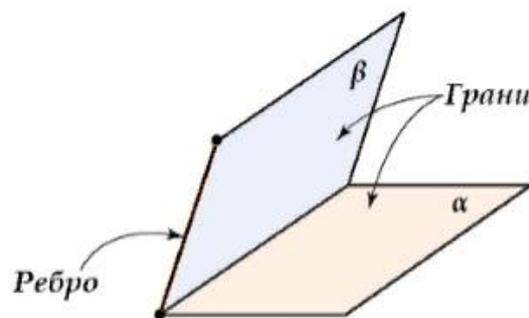
### 2.3. Свойства Платоновых тел

#### 2.3.1. Понятие двугранного угла.

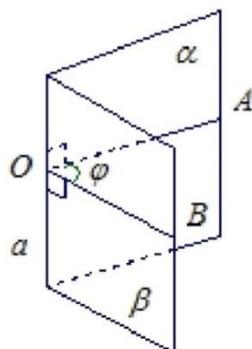
Для введения понятия двугранного угла, для начала вспомним одну из аксиом стереометрии. Любую плоскость можно разделить на две полуплоскости прямой  $a$ , лежащей в этой плоскости. При этом, точки, лежащие в одной полуплоскости, находятся с одной стороны от прямой  $a$ , а точки, лежащие в разных полуплоскостях — по разные стороны от прямой  $a$ .



Фигура называется двугранным углом, если она состоит из прямой и двух полуплоскостей этой прямой, не принадлежащих одной плоскости. При этом полуплоскости двугранного угла называются гранями, а прямая, разделяющая полуплоскости — ребром двугранного угла.



Выберем на ребре произвольную точку  $A$ . Угол между двумя прямыми, лежащими в разных полуплоскостях, перпендикулярных ребру и пересекающихся в точке  $A$  называется линейным углом двугранного угла.



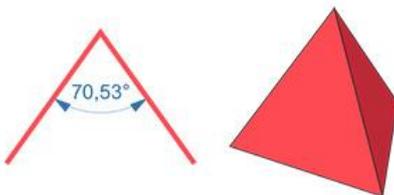
Очевидно, что каждый двугранный угол имеет бесконечное число линейных углов.

Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера линейного угла двугранного угла.

*Телесный угол – это часть пространства, которая является объединением всех лучей, выходящих из данной точки*

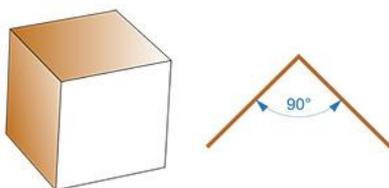
### 1. Двугранный угол тетраэдра

- Две смежные грани тетраэдра стыкуются друг с другом под углом  $70,53^\circ$ .
- В одной вершине тетраэдра сходятся три треугольные грани. Трёхмерный угол между тремя гранями (телесный угол тетраэдра при вершине)  $\Omega = 0,55$ .



### 2. Двугранный угол куба

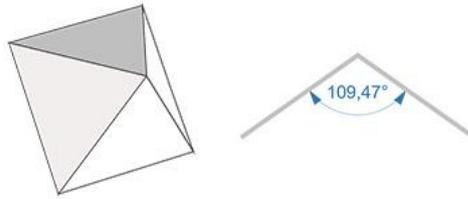
- Две смежные грани куба стыкуются друг с другом под углом  $90^\circ$ .
- В одной вершине куба сходятся три четырёхугольные грани. Трёхмерный угол между тремя гранями (телесный угол куба при вершине)  $\Omega = 1,57$ .



### 3. Двугранный угол октаэдра

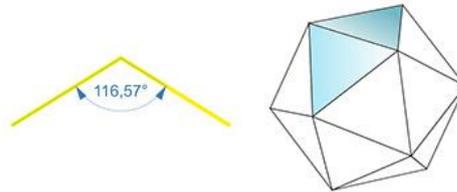
- Две смежные грани октаэдра стыкуются друг с другом под углом  $109,47^\circ$ .

- В одной вершине октаэдра сходятся четыре треугольные грани. Трёхмерный угол между четырьмя гранями (телесный угол октаэдра при вершине)  $\Omega = 1,36$ .



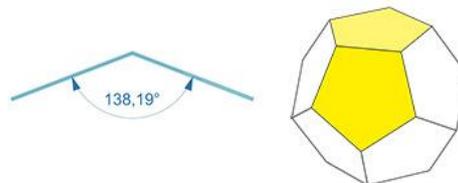
#### 4. Двугранный угол икосаэдра

- Две смежные грани икосаэдра стыкуются друг с другом под углом  $138,19^\circ$ .
- В одной вершине икосаэдра сходятся пять треугольных граней. Трёхмерный угол между пятью гранями (телесный угол икосаэдра при вершине)  $\Omega = 2,63$ .



#### 5. Двугранный угол додекаэдра

- Две смежные грани додекаэдра стыкуются друг с другом под углом  $116,57^\circ$ .
- В одной вершине додекаэдра сходятся три пятиугольные грани. Трёхмерный угол между тремя гранями (телесный угол додекаэдра при вершине)  $\Omega = 2,96$ .



#### 2.3.2. Симметрия Платоновых тел

С давних времен Платоновы тела привлекали внимание исследователей своими исключительными симметрическими свойствами. Обычно для характеристики симметрии некоторого объекта приводится полная совокупность элементов симметрии. Например, группа симметрий снежинки имеет вид  $L6bP$ . Это означает, что снежинка имеет одну ось симметрии шестого порядка  $L6$ , то есть, может 6 раз «самосовмещаться» при повороте вокруг оси, и 6 плоскостей симметрии. Группа симметрий цветка ромашки, имеющего 24 лепестка, имеет вид  $L2424P$ , то есть, цветок имеет одну ось 24-го порядка и 24 плоскости симметрии.

Многогранник	Форма граней	Симметрия
Тетраэдр	Равносторонние треугольники	$4L_3 3L_2 6P$
Куб	Квадраты	$3L_4 4L_3 6L_2 9P C$
Октаэдр	Равносторонние треугольники	$3L_4 4L_3 6L_2 9P C$
Додекаэдр	Равносторонние пятиугольники	$6L_5 10L_3 15L_2 15P C$
Икосаэдр	Равносторонние треугольники	$6L_5 10L_3 15L_2 15P C$

Исходя из приведенной выше таблицы можно сделать выводы, что симметрия куба и октаэдра, додекаэдра и икосаэдра совпадает. Это связано с тем, что куб дуален октаэдру, а додекаэдр дуален икосаэдру. Термин дуализм означает двойственность, т.е. тела получаются друг из друга, если центры тяжести граней одного принять за вершины другого и обратно. Тетраэдр дуален сам себе. Додекаэдр получается из куба построением «крыш» на его гранях, вершинами тетраэдра являются любые четыре вершины куба, попарно не смежные по ребру, то есть из куба могут быть получены все остальные правильные многогранники.

Симметрия тетраэдра означает, что он обладает 4 линиями симметрии 3-го порядка, 3 линиями симметрии 2-го порядка и 6 плоскостями симметрии  $P$ . Симметрия куба и октаэдра означает, что они обладают 3 линиями 4-го порядка, 4 линиями 3-го порядка, 6 линиями 2-го порядка и 9 плоскостями симметрии  $P$  с центром симметрии  $C$ . Симметрия додекаэдра и икосаэдра уникальны, они обладают 6 линиями симметрии 5-го порядка, 10 линиями симметрии 3-го порядка, 15 линиями симметрии 2-го порядка, 15 плоскостями симметрии  $P$  и центром симметрии  $C$ .

#### **2.4. Где встречаются Платоновы тела?**

Правильные многогранники - самые выгодные фигуры. И природа этим широко пользуется. Подтверждением тому служат форма пчелиных сот, скелет одноклеточного организма «феодарии», форма некоторых кристаллов.

В архитектуре:

- В XIII-XVII вв. многогранники были основой архитектурных строений, больше всего применялись кубы, но по мере развития нашли применения и другие виды многогранников, такие как тетраэдр.

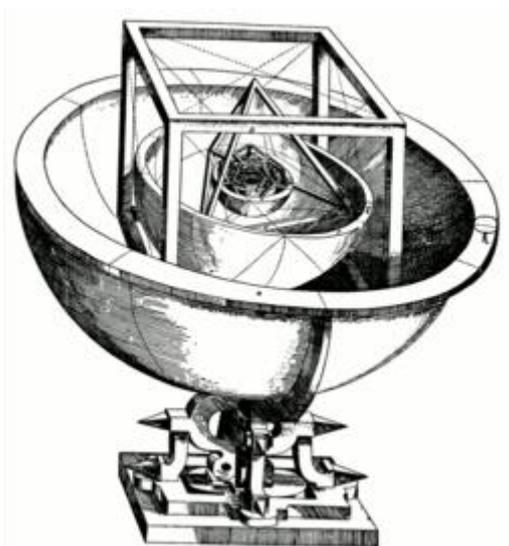


### В астрономии:

- Теория Кеплера:

Чтобы понять то, что изложил Кеплер в своей книге, необходимо знать о пяти Платоновых телах. Если описать сферу вокруг такого многогранника, каждая из его вершин окажется на ее поверхности. Если же вписать сферу внутрь него, она коснется середины каждой из его граней. Такая модель Солнечной системы получила название «Космического кубка» Кеплера. Расхождение между моделью Кеплера и реальными размерами орбит (порядка нескольких процентов) Кеплер объяснял «влиянием материи».

Кеплер, видя между шестью планетами солнечной системы пять промежутков, стал разрабатывать модель, согласно которой в них вписываются Платоновы тела. Таким образом, он задает строгое отношение этих двух сфер. В орбиту Сатурна по Кеплеру вписывался куб, который охватывал орбиту Юпитера. Далее следовал тетраэдр и орбита Марса, затем – додекаэдр и орбита Земли, икосаэдр и орбита Венеры, октаэдр и орбита Меркурия.



**Модель Кеплера**

### В химии:

- Взять хотя бы поваренную соль, без которой мы не можем обойтись. Известно, что она растворима в воде, служит проводником электрического тока. А кристаллы поваренной соли имеют форму куба.



- Кристаллические решётки многих минералов имеет форму Платоновых тел. Минерал сильвин имеет кристаллическую решетку в форме куба. Кристаллы пирита имеют форму додекаэдра, а куприт образует кристаллы в форме октаэдров.



- При производстве алюминия пользуются алюминиево-калиевыми кварцами, монокристалл которых имеет форму правильного октаэдра.



- Получение серной кислоты, железа, особых сортов цемента не обходится без сернистого колчедана. Кристаллы этого химического вещества имеют форму додекаэдра.



- В разных химических реакциях применяется сурьенистый сернокислый натрий - вещество, синтезированное учёными. Кристалл сурьенистого сернокислого натрия имеет форму тетраэдра. Икосаэдр передаёт форму кристаллов бора.



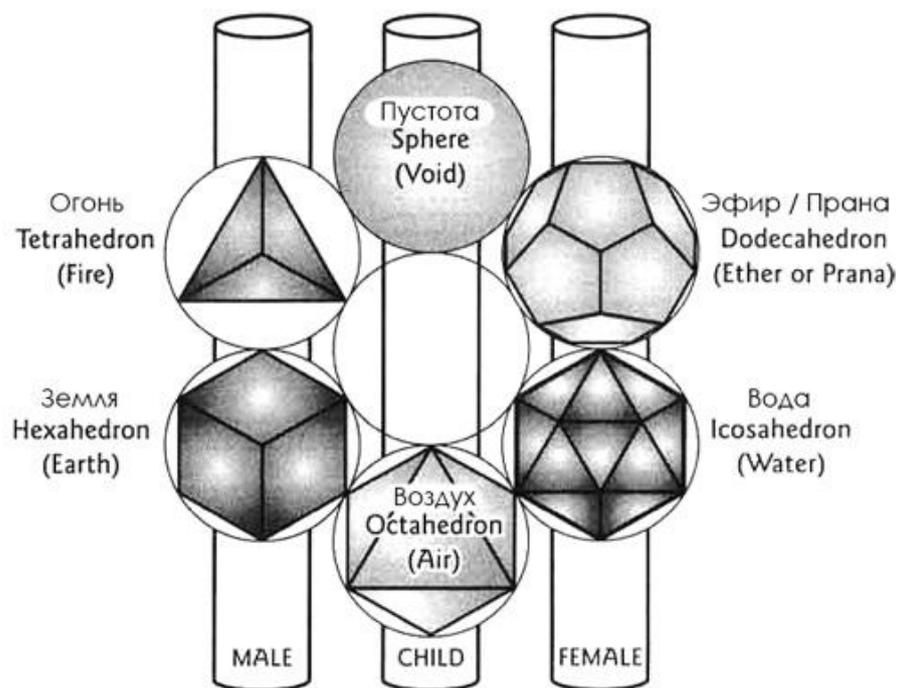
- Кристалл алмаза является октаэдром



Платоновы тела- первоэлементы творения.

Знание о первоэлементах было доступно древним восточным культурам, таким как индийская и китайская. Платон, а также пифагорейцы, тщательно изучили философские, математические и магические аспекты правильных выпуклых многогранников. Согласно древним знаниям, каждый из этих многогранников соответствует определенной стихии мироздания (первоэлементу) и концентрирует ее энергию.

Рассмотрим иллюстрацию связи Платоновых тел и первоэлементов из книги Друнвало Мельхиседека "Древняя тайна цветка жизни":



Ниже приведены энергетические характеристики многоугольников с точки зрения китайского учения «У-син». Зная иньский или янский характер излучения многогранников, а также энергии их стихий, доктора китайской медицины могут оперировать ими как средствами, гармонизирующими энергию человека.

- Гексаэдр (куб) имеет 8 излучающих энергию точек-вершин и 6 граней, в которых происходит поглощение энергии. Так как излучающих точек больше, чем поглощающих, то в соответствии с китайским учением «У-Син» куб относится к мужскому принципу «Ян».

- У октаэдра существует 6 точек-вершин излучения и 8 граней поглощения. Следовательно, октаэдр поглощает больше энергии, чем излучает, поэтому он относится к женскому началу «Инь».

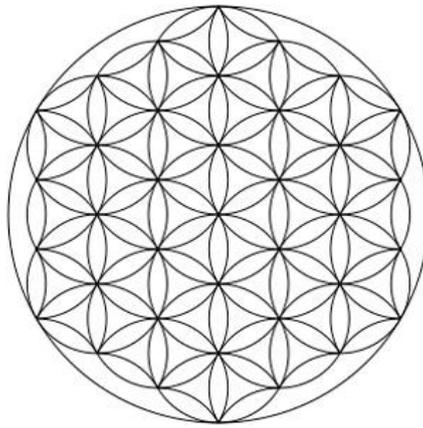
- Тетраэдр имеет 4 вершины и 4 грани, что приводит к равенству «Инь-Ян».

- У икосаэдра 12 вершин и 20 граней, имеющих вид правильных треугольников, поэтому он выражает принцип «Инь».

- Додекаэдр имеет 20 вершин и 12 граней и поэтому он выражает принцип «Ян». Его 12 граней имеют форму правильных пятиугольников.

Согласно Мельхиседеку, существует связь между Платоновыми телами и "Цветком жизни", точнее, они сокрыты в Кубе Метатрона, который заложен в Цветке жизни.

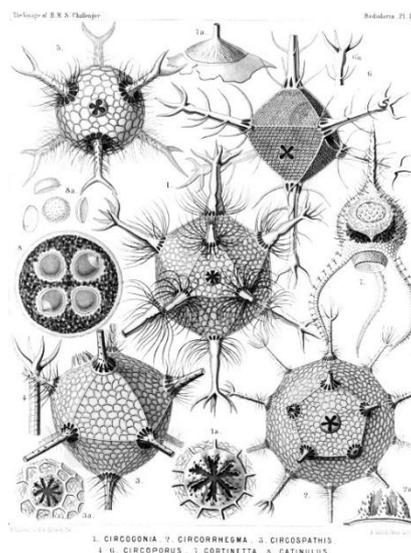
**Цветок жизни** - это современное название геометрической фигуры, состоящей из нескольких расположенных равномерно, одинаковых окружностей, которые образуют рисунок с шестикратной симметрией



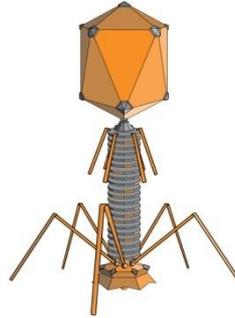
В вирусологии:

Немного о вирусах. Всем известно, что вирусы очень малы, поэтому биологи долгое время заблуждались. Они думали, что эти самые вирусы имеют форму сферы. Как оказалось, это не совсем верно, вирусы, в большинстве своем («сферические вирусы»), имеют форму икосаэдров. Речь идет о таких вирусах, как вирус полиомиелита, вирус кошачьей панлейкопении, вирус гепатита В. Разнообразие этих маленьких обитателей планеты очень велико. Есть вирусы, которые размножаются в клетках различных животных, а есть те, которые размножаются в клетках растений. Есть и такие, которые живут в микробах (бактериофаги). При этом форма икосаэдра встречается у вирусов всех этих групп. Разнообразные одноклеточные организмы, бесспорно, относятся к живой природе.

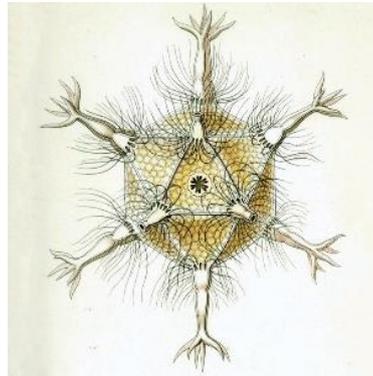
- В начале XX века Эрнст Геккель описал ряд организмов, формы скелета которых подобны различным правильным многогранникам. Например: *Circoporusoctahedrus*, *Circogoniaicosahedra* и *Circorrhemadodecahedra*. Формы скелета этих организмов запечатлены в их названиях



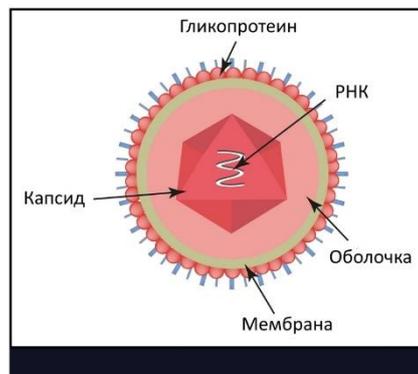
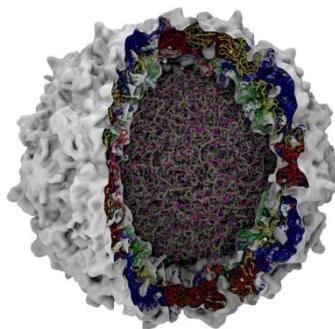
- Капсидом, т.е. внешней оболочкой вируса бактериофаг является икосаэдр.



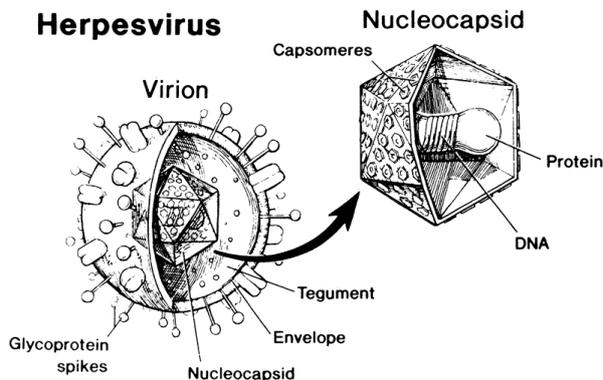
- Скелет одноклеточного организма феодарии (Circogoniaicosahedra) по форме напоминает икосаэдр. Большинство феодарий живут на морской глубине и служат добычей коралловых рыбок. Но простейшее животное пытается себя защитить: из 12 вершин скелета выходят 12 полых игл. На концах игл находятся зубцы, делающие иглу еще более эффективной при защите.



- Вирус полиомиелита имеет форму икосаэдра



- Многие вирусы, например вирус herpes, имеют форму правильного икосаэдра. Вирусные структуры строятся из повторяемых протеиновых субъединиц, и икосаэдр – самая подходящая форма для воспроизведения этих структур.



Ученые до сих пор задаются вопросом: как же связана структура вируса с многогранниками. Так же как и вирус-бактериофаг, капсидом COVID-19 является икосаэдр. В этом сходстве строений таится тайна Платоновых тел и их роль в вирусологии.

### 3. Заключение

Платоновы тела — это величайшее открытие, которое использует человек, как с точки зрения сакральной математики, так и с точки зрения естественных наук. Платоновы тела проявляются повсюду, начиная от вирусов, многие из которых имеют икосаэдрическую форму и заканчивая сложными макроструктурами, такими, например, как Солнечная система. Со временем все совершенствуется, каждая идея сегодня новая, а завтра уже старая; каждая идея стареет, но не забывается.

Считается, что в основе строения Платоновых тел заложены пропорции всего, из чего состоит мир. Поэтому эти уникальные фигуры получили название «ключей мироздания».

Теория многогранников – один из увлекательных и ярких разделов математики. В представленной работе была рассмотрена только одна часть этой теории. Из правильных многогранников – Платоновых тел – можно получить так называемые полуправильные многогранники, или архимедовы тела (их 13), гранями которых являются также правильные, но разноимённые многоугольники, а также звёздные правильные тела (их 4). Изучение этих многогранников может стать содержанием нового исследования.

Материал данной работы может быть использован на уроках стереометрии в 10 классе, а также во внеурочной деятельности.

#### **4. Литературные источники**

- Сакральная геометрия. Платоновы тела и первоэлементы творения. – [http://novikov-architect.ru/sacral-arch\\_platonovi\\_tela.htm](http://novikov-architect.ru/sacral-arch_platonovi_tela.htm).
- Геометрия Платоновых тел. – [https://alexfl.ru/vechnoe/vechnoe\\_garmon1.html](https://alexfl.ru/vechnoe/vechnoe_garmon1.html)
- Математический тандем. Правильные многогранники или Платоновы тела. – <http://repetitor-problem.net/pravilnyie-mnogogranniki>.
- Геометрия Платоновых тел - <https://mnogogranniki.ru/platonovy-tela.html>
- Платоновы тела. Многомерная и научная медицина - <https://ansmed.ru/books/elektronnaya-enciklopediya-narodnoy-mediciny/chast-13-prostranstvo-dlya-zhizni/energetika-0>

## РЕЦЕНЦИЯ

на работу учениц 10 «А» класса МБОУ «Лицей №55»

Анашкиной Анастасии и Егоровой Ангелины

«Платоновы тела в вирусологии и не только»

Исследовательская работа посвящена применению математики в различных сферах жизнедеятельности. Использование математики в таких областях как медицина, архитектура, строительство имеет глубоко уходящие в историю корни. Вместе с тем ввиду развития научно-технического прогресса процесс укрепления взаимосвязи между математикой и данными сферами жизнедеятельности не только не ослабевает, но усиливается еще больше на фоне всеобщей информатизации.

Платоновы тела - очень важный объект для изучения, как с точки зрения сакральной математики, так и с точки зрения естественных наук. Платоновы тела появляются повсюду, начиная от вирусов и заканчивая сложными макроструктурами, такими как солнечная система.

В работе проанализирован объемный теоретический материал, рассматриваются понятия прикладной геометрии и ее основные элементы, что позволило раскрыть ее прикладное значение.

Необходимо отметить, что представленная работа имеет определенную практическую значимость. В работе показано практическое применение платоновых тел в медицине и в архитектуре.

В целом работа Анашкиной Анастасии и Егоровой Ангелины «Платоновы тела в вирусологии и не только» изложена научно и грамотно и может быть представлена на научно-практической конференции школьников.

Рецензент:

Ягова Е.Ю.

Кандидат педагогических наук,  
доцент кафедры «Математика и физика»

ПензГТУ

Верно
<i>Сек. орг. по истр.</i>
<i>Ч.В. Ягова</i>
<i>12</i> 20 <i>20</i> г.



