

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 3 ГОРОДА КУЗНЕЦКА

Научно – исследовательская работа
по математике

Тема: «Новогодний сюрприз от Мебиуса»

Выполнил: Ильин Антон
учащийся 8Б класса МБОУ СОШ № 3 города Кузнецка

Руководитель: Сергеева Елена Владимировна
учитель математики МБОУ СОШ № 3 города Кузнецка

Кузнецк 2020-2021

СОДЕРЖАНИЕ.

1. Введение.....	3
2. Немного о топологии.....	4
3. Историческая справка.....	5
4. Опыты с листом Мёбиуса.....	7
5. Применение листа Мёбиуса.....	10
6. Заключение.....	15
7. Список использованной литературы и сайтов.....	16

Введение

У входа в музей истории и техники в Вашингтоне медленно вращается на пьедестале стальная лента, закрученная на полвитка.

В 1967 году в Бразилии состоялся международный математический конгресс.

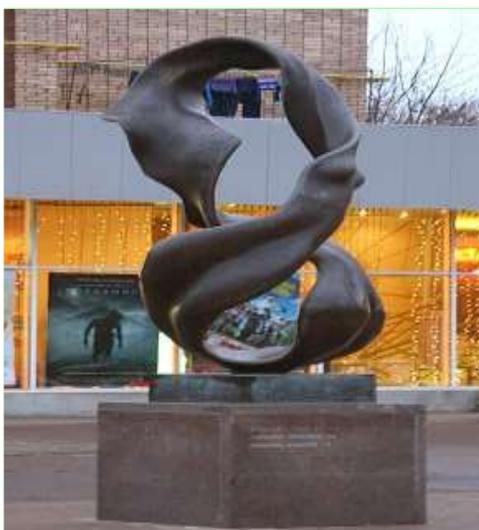
Его организаторы выпустили памятную марку достоинством в пять сентаво. На ней была изображена лента Мёбиуса.

И монумент высотой более чем в два метра, и крохотная марка – своеобразные памятники немецкому математику и астроному Августу Фердинанду Мёбиусу, профессору Лейпцигского университета.

Об этом я услышал на уроке геометрии. Эта тема меня заинтересовала, и я решил узнать, что такое топология, познакомиться с жизнью Мебиуса и его замечательным открытием, понять, почему поставлен памятник математическому объекту.

Нужную мне информацию я нашел в математической литературе и на различных сайтах Интернета, затем сам изготовил лист Мебиуса и с помощью опытов выявил его необыкновенные свойства.

В школе шла подготовка к Новому году, и мне пришла в голову мысль использовать лист Мебиуса при изготовлении новогодней гирлянды.



Итак, цель моей работы: изучить лист Мебиуса.

Задачи:

- узнать, что такое топология;
- познакомиться с жизнью Мебиуса и с историей его замечательного открытия;
- исследовать свойства листа Мебиуса;
- узнать, где применяется лист Мебиуса вообще и попытаться применить его в школьной жизни.

Немного о топологии

Геометрия-слово греческое, в переводе на русский язык означает землемерие, изучает свойства фигур. Как и любая наука геометрия делится на разделы

Планиметрия (лат. слово, планум - поверхность, плоскость + метрия), раздел геометрии, изучающий свойства фигур на плоскости (треугольник, квадрат, круг, окружность и т.д.)

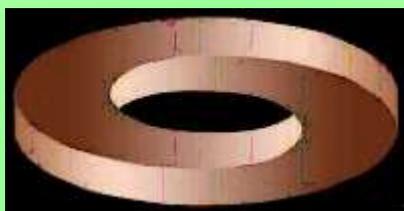
Стереометрия (греч, стереос - пространство + метрия), раздел геометрии, изучающий свойства фигур в пространстве (шар, куб, параллелепипед и т.д.)

Топология (гр. топос - место, местность + логия) является одним из самых «молодых» разделов современной геометрии, в котором изучаются свойства таких фигур, которые не изменяются при деформациях (растяжение, сжатие), не допускающих разрывов и склеивания.

Родоначальниками топологии были немецкий учёный Георг Кантор (1845-1918), Феликс Хаусдорф, Павел Сергеевич Александров (1896-1982).

Топология известна и под именем «Резиновая геометрия», потому что топологу ничего не стоит поместить все свои фигуры на поверхность детского надувного шарика и без конца менять его форму, следя лишь за тем, чтобы шарик не лопнул. А то, что при этом прямые линии, например, стороны треугольника, превратятся в кривые, для тополога глубоко безразлично.

Любую фигуру тополог имеет право сгибать, сжимать, скручивать и растягивать-



делать с ней все, что угодно, только не разрывать и не склеивать. И при этом он будет считать, что ничего не произошло, все ее свойства остались неизменными. Для него не имеют никакого значения ни расстояния, ни углы, ни площади.

Лист Мёбиуса – топологический объект, простейшая односторонняя поверхность с краем. Сама топология началась с листа Мёбиуса. Слово это придумал Иоганн Бенедикт Листинг, который почти в то же время, что и его коллега, предложил в качестве первого примера односторонней поверхности перекрученную ленту.

Историческая справка

Август Фердинанд Мёбиус (1790-1868) — немецкий математик и астроном-теоретик, издавший много трудов по геометрии, установивший существование односторонних поверхностей (лист Мебиуса).

Август Мёбиус родился 17 ноября 1790 года на территории княжеской школы Шульпфорте, близ Шаумбурга (Саксония-Анхальт) – здоровый и крепкий малыш. Как и все дети, он сначала научился ползать, потом ходить, позже говорить. Все шло и развивалось своим чередом. Мать Мёбиуса была потомком Мартина Лютера. Отец умер, когда Августу было всего три года. Начальное образование Мёбиус получил дома и сразу выказал интерес к математике. С 1803 по 1809 годы учился в колледже Шульпфорте, затем поступил в Лейпцигский университет.

Мальчику повезло: астрономию ему преподавал сам Гаусс, математику – Пфафф. Первые полгода, в соответствии с рекомендациями семьи, он изучал право, но затем принял окончательное решение посвятить жизнь математике и астрономии. В этом выборе сказалось влияние преподававшего там известного астронома и математика Моллвейде.

В 1813-1814 годах Август Мёбиус жил в Гёттингене, где посещал университетские лекции Карла Фридриха Гаусса по астрономии. Затем он уехал в Хале, чтобы прослушать курс лекций математика Иоганна Пфаффа, учителя Гаусса. В результате Мёбиус получил глубокие знания по обоим наукам. Когда А.Мёбиус работал над докторской диссертацией (1815), была сделана попытка призвать его в прусскую армию. С трудом избежав этой угрозы, он успешно получил докторское звание. В это время Моллвейде перешёл на кафедру математики и рекомендовал Мёбиуса на освободившуюся кафедру астрономии в Лейпциге экстраординарным профессором. Как-то незаметно для окружающих в 26 лет он стал профессором, руководителем астрономической лаборатории. Научные статьи, лекции, работа. Все как у обычного профессора университета. Рассеянного, доброго чудака студенты боготворили. Он любил ошарашивать их неожиданными задачками и назначал лекции, к примеру, на два часа ночи, чтобы показать ночное небо во всей его красе.

С 1816 года Август Мёбиус работал сначала астрономом-наблюдателем, затем директором в Плейсенбургской астрономической обсерватории (недалеко от Лейпцига). Деятельно участвовал в перестройке и оснащении обсерватории.

В 1820 году Мёбиус женится. У него родились два сына и дочь.

В 1825 году Моллвейде умер. Математик попытался занять его место, но репутация преподавателя Августа Мёбиуса была неважной, и университет предпочёл другую кандидатуру. Однако, узнав, что Мёбиус получил приглашения из других университетов, руководство повысило его в должности до ординарного профессора астрономии. К этому времени математические исследования Мёбиуса принесли ему известность в научном мире.

В 1848 году Мёбиус становится директором обсерватории.

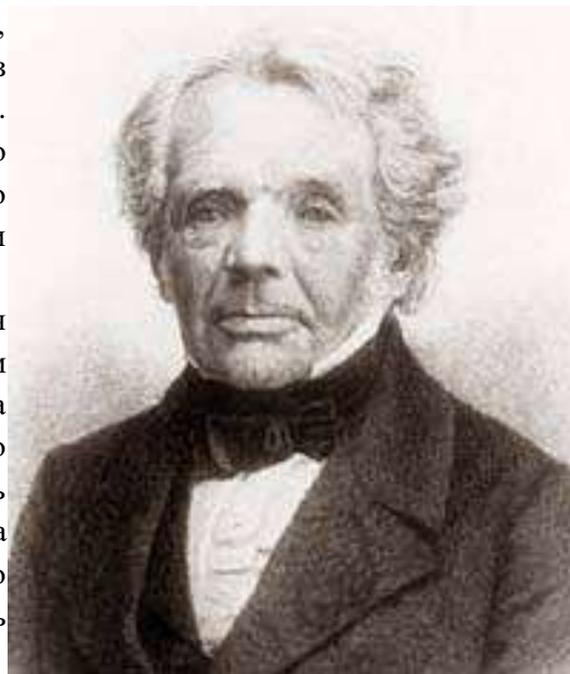
Но статья о знаменитой ленте Мёбиуса была опубликована уже посмертно.

В честь учёного назван астероид 28516 (Mebius).

Возможно, имя этого человека за 215 лет растворилось бы в истории, если бы ни одно ненастное утро...

На улице шел дождь. Была выкурена трубка, выпита чашка любимого кофе с молоком. Вид из окна навевал тоску. В кресле сидел мужчина. Мысли были разные, но как-то ничего особенного не приходило на ум. Только в воздухе витало ощущение, что именно этот день принесет славу и увековечит имя Августа Фердинанда Мебиуса.

На пороге комнаты появилась любимая жена. Правда, она была не в хорошем расположении духа. Правильнее сказать, она была разгневана, что для мирного дома Мебиусов было почти так же невероятно, как три раза в год увидеть парад планет, и категорически требовала немедленно уволить служанку, которая настолько бездарна, что даже не способна правильно сшить ленту.

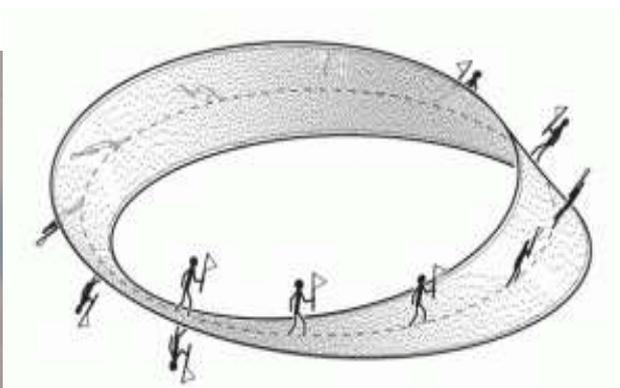


Хмуро разглядывая злосчастную ленту, профессор воскликнул: “Ай да, Марта! Девочка не так уж глупа. Ведь это же односторонняя кольцевая поверхность. У ленточки нет изнанки!”

Эта история произошла либо в 1863, либо в 1865 году. Открытая поверхность получила математическое обоснование и имя в честь описавшего ее математика и астронома. Лента вдохновила на подвиги не одного добряка-профессора. Взял ее на вооружение и цех парижских портных. Отныне в качестве экзамена для новичка, претендовавшего на зачисление в цех, было пришивание к подолу юбки тесьмы в форме ленты Мебиуса. Оценили по достоинству невольное изобретение Марты и учителя. Неугомонным нерадивым ученикам предлагалось покрасить стороны ленты Мебиуса в разные цвета. Пыхтя от усердия, школяры проводили за этим занятием немало времени.

Опыты с листом Мёбиуса.

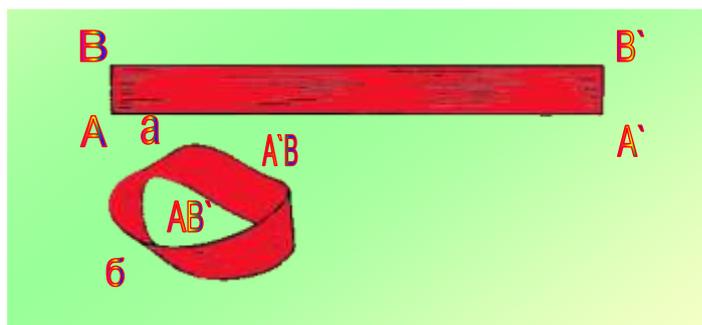
Это простейшая односторонняя поверхность с краем. Попасты из одной точки этой поверхности в любую другую можно, не пересекая края. Всякая замкнутая поверхность, лежащая в трёхмерном пространстве, разделяет его на две части — ограниченную «внутренность» и неограниченную «внешность», подобно тому, как замкнутая кривая разделяет плоскость на две части.



Лист Мебиуса

Но известно, что лист Мёбиуса — поверхность **ОДНОСТОРОННЯЯ**. Пройдя вдоль всей его «средней линии» с поднятым вверх флажком, мы вернёмся в исходную точку — но флажок будет теперь «поднят» в другую сторону. Это значит, что флажок, не пересекая плоскость, попал из «внешности» во «внутренность».

Лист Мёбиуса — поверхность, получающаяся при склеивании двух противоположных сторон AB и $A'B'$ прямоугольника $ABB'A'$ так, что точки A и B совмещаются соответственно с точками B' и A' .



Чтобы исследовать ленту Мебиуса, я провела несколько опытов.

Опыт № 1. Начал красить лист Мёбиуса, не переворачивая его.



Результат: Лист Мёбиуса закрасился полностью.

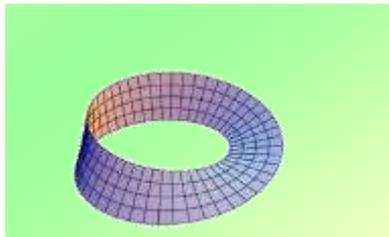
«Если кто-нибудь вздумает раскрасить только одну сторону поверхности мёбиусовой ленты, пусть сразу погрузит её всю в ведро с краской», — пишет Рихард Курант и Герберт Робинс в книге «Что такое математика?»



Опыт № 2

Попробуем закрасить узенькую полоску ее края.

Результат: у ленты Мёбиуса не только *одна сторона*, но и только *один край!*



Опыт №3 связан с разрезанием листа Мебиуса, результаты я занесла в таблицу.

№	Операция	Результат	Фото
1	Разрезал лист Мёбиуса пополам.	Одно кольцо, перекрученное дважды.	
2	Изготовила лист Мёбиуса, скрутив ленту дважды, разрезал пополам.	Два перекрученные, сцепленные между собою кольца.	

3	Полученное в №1 кольцо ещё раз разрезал пополам.	Два кольца, завязанные в один узел, перекрученные на один оборот.	
4	Лист Мёбиуса разрезал на две части, отступив на треть от края.	Два перекрученные сцепленные между собой кольца: диаметр первого в два раза больше диаметра второго, но ширина ленты в два раза меньше.	
5	Ленту Мёбиуса разрезал на две части, отступив на четверть от края.	Два перекрученных, сцепленных между собою кольца: диаметр первого в три раза больше диаметра второго, но ширина ленты в три раза меньше.	
6	Ленту Мёбиуса, перекрученную дважды, разрезал пополам.	Два кольца, сцепленные между собою, перекрученные на один оборот.	
7	Полученные в № 5 кольца разрезал пополам.	Четыре перекрученные кольца, завязанные в узел.	

Выводы:

- 1) Лист Мёбиуса имеет только одну сторону.
- 2) Лист Мёбиуса имеет только один край.
- 3) Лист Мёбиуса, как и любая топологическая фигура, не меняет своих свойств, пока её не разрезают, не разрывают или не склеивают его отдельные куски.

- 4) Один край и одна сторона листа Мёбиуса не связаны с его положением в пространстве, с понятиями расстояния.

Применение листа Мёбиуса.

Мёбиусовая лента понравилась не только математикам, но и фокусникам

Более 100 лет лист Мёбиуса используется для показа различных фокусов и развлечений. Удивительные свойства листа демонстрировались даже в цирке, где подвешивались яркие ленты, склеенные в виде листов Мёбиуса. Фокусник закуривал сигарету и горящим концом дотрагивался до средней линии каждой ленты, которая была выполнена из калийной селитры. Огненная дорожка превращала первую ленту в более длинную, а вторую - в две ленты, продетая одна в другую. В этом случае фокусник разрезал лист Мёбиуса не посередине, а на расстоянии в одну треть его ширины.

Фокусы, которые я провел для учащихся младших классов:

Эксперимент 1. Вывертывание жилета на изнанку, не снимая с человека.

Владельцу жилета необходимо сцепить пальцы рук за спиной. Окружающие должны вывернуть жилет наизнанку, не разнимая рук владельца. Для демонстрации этого опыта



необходимо расстегнуть жилет и стянуть его по рукам за спину владельца. Жилет будет болтаться в воздухе, но, конечно, не снимется, потому что руки сцеплены. Теперь нужно взять левую полу жилета и, стараясь не измять жилет, просунуть ее как можно дальше в правую пройму. Затем взять правую пройму и просунуть ее в ту же пройму и в том же направлении. Осталось расправить жилет и натянуть его на владельца. Жилет окажется вывернутым на изнанку.

Эксперимент 2. Снятие жилета



Оказывается, что жилет можно снять, не снимая пиджака. Проще это сделать так. Расстегнув сначала жилет, заложите левую полу пиджака владельца на левое рукавное отверстие жилета с внешней стороны. Переведите затем это отверстие назад через левое плечо владельца и далее вниз по его левой руке. Теперь отверстие охватывает пиджак за левым плечом. Продолжайте передвигать в отверстие по пиджаку дальше вокруг корпуса, переведите его через правое

плечо и руку и, наконец, пропустите сквозь него правую половину пиджака. Таким образом, рукавное отверстие совершило почти полный оборот вокруг корпуса. Жилет теперь висит под пиджаком на правом плече. Спустите его наполовину вниз сквозь правый рукав пиджака. Подверните обшлаг, захватите из-под него жилет и вытяните сквозь рукав наружу.

Эксперимент 3. Загадочная петля.

Зрителю, носящему жилет, надевают на руку петлю, а затем просят заложить большой палец в нижний карман жилета. Теперь можно предложить присутствующим снять петлю с руки, не вытаскивая пальца из кармана жилета. Разгадка такова: петлю нужно протащить в жилетное отверстие для рукава, перебросить через голову зрителя, вытащить через второе отверстие для рукава и перенести под вторую руку. В результате этих действий петля окажется под жилетом, окружая собой грудь. Опускайте ее до тех пор, пока она не покажется из-под жилета, а затем дайте упасть на пол.

Эксперимент 4. Проблема завязывания узлов

Как завязать на шарфе узел, не выпуская из рук его концов? Это можно сделать так. Положите шарф на стол. Скрестите руки на груди. Продолжая держать их в таком положении, нагнитесь к столу и возьмите поочередно по одному концу шарфа каждой рукой. После того как руки будут разведены, в середине шарфа сам собой получится узел. Пользуясь топологической терминологией, можно сказать, что руки зрителя, его корпус и шарф образуют замкнутую кривую в виде “трехлистного” узла. При разведении рук узел только перемещается с рук на платок.



Есть гипотеза, что спираль ДНК сама по себе тоже является фрагментом ленты Мебиуса и только поэтому генетический код так сложен для расшифровки и восприятия. Больше того - такая структура вполне логично объясняет причину наступления биологической смерти - спираль замыкается сама на себя и происходит самоуничтожение.

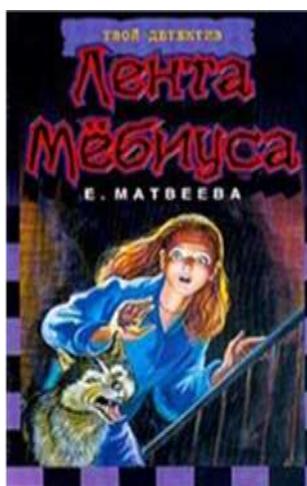
Фокусы, которые я провел для учащихся младших классов:

Патентная служба зарегистрировала немало изобретений, в основе, которых лежит всё та же односторонняя поверхность. В 1923 году выдан патент изобретателю Ли де Форсу, который предложил записывать звук на киноленте без смены катушек, сразу с двух сторон. Придуманы кассеты для магнитофона, где лента перекручивается и склеивается в кольцо, при этом появляется возможность записывать или считывать информацию сразу с двух сторон, что увеличивает ёмкость кассеты и соответственно время звучания.

В 1969 году советский изобретатель Губайдуллин предложил бесконечную шлифовальную ленту в виде листа Мёбиуса. В 1971 году изобретатель с Урала Чесноков П.Н. применил фильтр в виде листа Мёбиуса.



Мотив Ленты Мёбиуса встречается в названиях художественных произведений, общественных заведений, логотипах.



книга



*Инженерно-
производственная
фирма Мебиус*



*Ресторан
«Лента
Мебиуса»*

*«Лента
Мебиуса»*



футболка



серьги

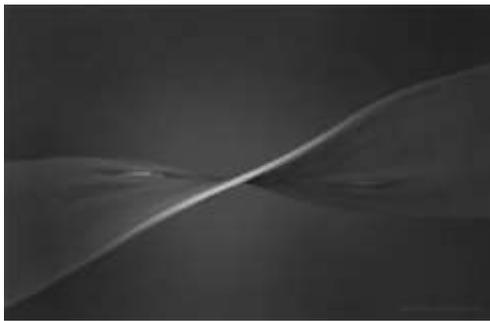


*компьютерный
салон*



*Международный символ
переработки*

Лента Мёбиуса вдохновила многих художников на создание известных скульптур, картин и для графического искусства.



И это только ничтожная часть примеров использования этой удивительной поверхности.



Я же решил с помощью листа Мёбиуса изготовить новогоднюю гирлянду.



Заключение.

Работая над изучением листа Мёбиуса, я узнал, каким интересным разделом геометрии является топология, познакомились с замечательной жизнью одного из её родоначальников. Получил удовольствие, выполняя опыты и совершая свои маленькие открытия, а рассматривая применение листа Мёбиуса в практической жизни, понял, почему поставлен памятник этому математическому объекту.

Лист Мебиуса – первая односторонняя поверхность, которую открыл ученый. Позже математики открыли еще целый ряд односторонних поверхностей. Но эта – самая первая, положившая начало целому направлению в геометрии, по-прежнему привлекает к себе внимание ученых, изобретателей, художников.

Список использованной литературы, сайтов:

- 1) Гарднер М. «Математические чудеса и тайны», «Наука», 1978 г.
- 2) В.А. Гусев, А.П.Комбаров «Математическая разминка».
- 3) А.П.Савин, В.В.Станцо, А.Ю. Котова «Я познаю мир. Математика».
- 4) Материалы сайтов:
 - [http:// arbuz. uz/t-Lenta. htm](http://arbuz.uz/t-Lenta.htm)
 - [http: // school-](http://school-)
 - [http:// www.kvant.info](http://www.kvant.info)
 - <http://ru.wikipedia.org/wiki/>
 - [http://sola.narod.ru/top.htm.](http://sola.narod.ru/top.htm)

Рецензия на научно-исследовательскую работу по математике

Тема: «Новогодний сюрприз от Мёбиуса»

Работу выполнил ученик 8 «б» класса Ильин Антон. Исследовательская работа посвящена актуальной теме применения в практической жизни геометрической фигуры-листа Мёбиуса. Цель работы четко сформулирована и обоснована. План исследования включает в себя все необходимые этапы для достижения цели.

Исследовательская работа имеет логически правильную структуру. Она состоит из введения, теоретической части, практической части, заключения, а также списка использованной при написании исследовательской работы литературы. Работа грамотно оформлена. Она содержит большое количество иллюстративного материала, что позволяет более наглядно раскрыть ее основные результаты.

Тема проекта полностью раскрыта. Антон демонстрирует знания, выходящие за рамки школьной программы. В реферативной части он раскрывает теоретические основы понятия топология и листа Мёбиуса. Также ученик изучает историю развития, различные области применения данной топологической фигуры. Обучающийся грамотно проанализировал большое количество литературы по заданной тематике. Теоретическая часть оформлена в соответствии с требованиями к реферативной работе и заслуживает высокой оценки.

Проект является исследовательским, поэтому способствует развитию познавательного интереса, аналитических способностей, различных способов восприятия и обработки информации.

В практической части Антон ставит эксперименты по раскрашиванию и разрезанию листа Мёбиуса, также доказывает возможность его использования для изготовления гирлянды для новогодней ёлки. Обобщив полученные результаты, приходит к выводу, что данная фигура имеет огромное применение в практической жизни и видит перспективу данной работы для демонстрации различных фокусов.

На протяжении всего периода работы над проектом у ученика формировались необходимые предметные знания и умения, общеучебные умения и навыки, необходимые компетентности.

В результате работы над проектом была разработана презентация на тему «Новогодний сюрприз от Мёбиуса». Продукт полностью соответствует требованиям качества, удобен в использовании, соответствует целям проекта.

Данную работу можно использовать в качестве дидактического материала для внеклассной работы: факультатив, кружковая работа.

Таким образом, можно заключить, что поставленные цели и задачи успешно решены.

В целом работа заслуживает отличной оценки. Работу можно рекомендовать к участию во III открытом региональном конкурсе исследовательских и проектных работ школьников «Высший пилотаж-Пенза»2021.

Дата: 9.01.21

Рецензент: учитель математики МБОУ СОШ№3 в. Кузнецка

Сергеева Елена Владимировна

