

МБОУ «Средняя общеобразовательная школа №7 г. Пензы»

Фестиваль творческих открытий и инициатив «Леонардо»

Секция «Математическая»

Использование метода координат как способа шифрования информации о местоположении объектов в пространстве на примере памятников г. Пензы

Горбачев Илья Александрович,

ученик 8 класса

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение

«Средняя общеобразовательная школа №7 г. Пензы»

Руководитель: Лемина Ирина Валентиновна

Учитель математики МБОУ «СОШ №7 г. Пензы»

Пенза, 2021

Оглавление

Введение.....	3
1. Что такое метод координат.	4
1.1. Прямоугольная система координат.	5
1.2. Полярные координаты	6
2. Практическое использование метода координат на примере расположения памятников г. Пенза, посвященных Победе в ВОВ 1941-1945 гг.	6
2.1. Прямоугольные (декартовы) координаты памятников г. Пензы.....	7
2.2. Полярные координаты памятников г. Пензы.	8
2.3. Преобразования координат.	9
Заключение	10
Список использованных источников:	12
Приложение 1	13
Приложение 2	14
Приложение 3	15
Приложение 4	16
Приложение 5	17
Приложение 6	18

Введение

В геометрии применяют множество разных методов решения задач: синтетический метод, метод преобразований, векторный, метод координат и другие. Основным методом считается синтетический, а также часто используется метод координат потому, что он тесно связан с алгеброй. В координатном методе решение задач во многом идет по алгоритму, а это облегчает поиск и само решение задачи. Метод координат применяют в разнообразных областях деятельности и положен в основу разных наук: механики, геодезии, астрономии.

В данной исследовательской работе представлено наглядное обоснование использования различных координатных систем для шифрования любых координат.

Актуальность исследования: умение кодировать и декодировать информацию в настоящее время является обязательной частью жизни человечества. Каждый день человек сталкивается с различными знаками, кодами, который он вынужден обрабатывать и преобразовывать.

Объект исследования: изучение координатного метода в школьном курсе геометрии.

Предмет исследования: взаимосвязь координат в различных системах на примере значимых объектов г. Пензы.

Цель исследования: доказать, что система координат является способом шифрования и расшифровки информации о местоположении объектов в пространстве на примере объектов г. Пенза, посвященных Победе в Великой отечественной войне 1941-1945гг.

Задачи исследования:

1. Исследовать возможности метода координат для решения геометрических задач.
2. Освоить методы решения задач используя прямоугольные и полярные координаты.
3. Доказать, что сущностью метода координат является решение геометрических задач средствами алгебры.
4. Подобрать теоретический материал по координатному методу.
5. Показать все достоинства данного метода при решении соответствующего вида задач.

Гипотеза: Координатный метод является универсальным. С его помощью связываются геометрия и алгебра, давая при этом значительные результаты, которые

нельзя получить, если они останутся разобщенными. Аутентичность результатов исследования формировалась правильностью исходных теоретических данных, с поддержкой в виде доказательств практических экспериментов, проведенных в рамках рассматриваемых теорий геометрии.

Новизна результатов состоит в исследовании связи координат в различных координатных системах на примере объектов г. Пензы, связанных с победой в ВОВ 1941-1945гг.

Практическая ценность работы состоит в углубленном изучении и выявлении отличающихся методов координат, с помощью которых можно с наибольшей точностью решить ряд задач в повседневной жизни.

В алгебре существует особенность: единообразия решения задач. При использовании координатного метода в геометрии мы придаем таким исследованиям алгебраический характер, т.е. единообразие решений. Однако, в отдельных случаях, благодаря приемам элементарной геометрии, возможно найти решения проще, чем те, которые получаются при решении методом координат [10]. Еще одно достоинство этого метода - избавление от необходимости наглядной визуализации построений в пространстве. Таким образом, метод координат имеет важное практическое значение и широко используется в повседневной жизни.

1. Что такое метод координат.

Способ определения положения точки или тела с помощью чисел или других символов – это метод координат. Координатами точки является совокупность чисел, указывающих на положение конкретных точек.

Любую графическую информацию можно представить с помощью чисел, а для связи точек и числа используют систему координат. Задавая фигуры уравнениями и выражая в координатах различные геометрические соотношения, мы можем решать геометрическую задачу средствами алгебры. И наоборот, если пользоваться координатами, можно трактовать алгебраические и аналитические соотношения и факты геометрически.

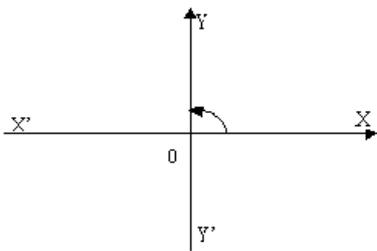
Метод координат универсален. Он создает тесную связь между алгеброй и геометрией [1]. В отношении школьного курса геометрии можно сказать, что в некоторых случаях метод координат дает возможность строить доказательства и решать многие задачи более рационально, чем чисто геометрическими способами. Есть

и сложности: одна и та же задача получает различное аналитическое представление в зависимости от того или иного выбора системы координат. И только с опытом приходит умение выбирать систему координат наиболее рационально.

1.1. Прямоугольная система координат.

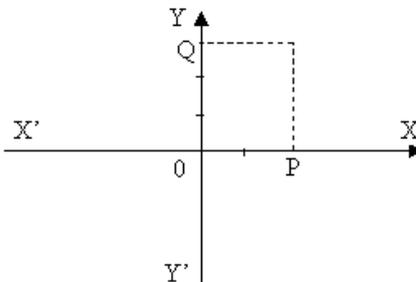
Для того, чтобы определить положение точки на плоскости, нужно задать координаты. Самый простой способ: необходимо провести две взаимно перпендикулярные прямые OX , OY . Они будут осями координат. OX (горизонтальная) - ось абсцисс, OY (вертикальная) - ось ординат. Точка, в которой они пересекаются – это начало координат. Выбираем единицу масштаба, для измерения отрезков на координатных осях [4].

Выбираем положительное направление на каждой оси, которое обозначается стрелкой. В основной массе положительные направления выбираются так, чтобы положительный луч OX при повороте на 90° против часовой стрелки совпадал с положительным лучом OY .



Оси координат (рис.1)

Оси координат OX , OY для которых мы установили положительные направления и выбрали масштаб, являются прямоугольной системой координат. Для нахождения положения точки M на плоскости в данной системе координат проводим $MP \parallel OY$ до момента пересечения с осью OX , и отмечаем точку P . $MQ \parallel OX$ до пересечения с осью OY и ставим точку Q . Числа x и y , показывающие значение отрезков OP и OQ в выбранном масштабе являются прямоугольными координатами точки M . От направления отрезков OP , OQ , зависит будут ли данные числа положительными или отрицательными. Число x является



абсциссой точки M , число y - ее ординатой.

Прямоугольные координаты т.М (рис.2)

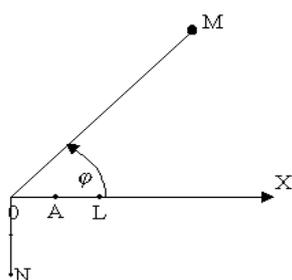
На нашем чертеже точка имеет абсциссу $x=2$ и ординату $y=3$. Это записывается так: $M(2;3)$. В любом случае запись $M(a;b)$ означает, что у выбранной точки M абсцисса $x=a$ и ордината $y=b$.

Замечание. В другой прямоугольной системе координат данная точка M будет иметь иные значения.

В случае, когда точка расположена на оси абсцисс, то значение ее ординаты y будет равно нулю; когда точка лежит на ординатной оси, то ее абсцисса x равна нулю.

1.2. Полярные координаты

Возьмем произвольную точку O (полюс) на плоскости и проведем луч OX (полярная ось). Произвольный отрезок OA примем за единицу длины и какой-нибудь угол, часто берем радиан, за единицу измерения углов. В этом случае, положение любой точки M на плоскости задается двумя числами: 1) обозначает полярный радиус, определяющий длину отрезка OM и выраженный положительным числом ρ , 2) полярный угол, определяющий величину угла XOM , представленный числом φ . Данные числа ρ и φ являются полярными координатами точки M .



Пример на рисунке:

Полярные координаты т. М (рис.3)

Точку N определяем полярными координатами $\rho=2$, $\varphi=3\pi/2$.

Эту же точку N можно определить координатами $\rho=2$, $\varphi=-\pi/2$.

Полярными координатами $\rho=1$, $\varphi=0$ (или $\rho=1$, $\varphi=2\pi$)

определяется точка A , а координаты $\rho=2$, $\varphi=0$ (или $\rho=2$, $\varphi=2\pi$) -

точку L . Для каждой пары значений ρ и φ существует только одна точка, в то время, как одной и той же точке M может отвечать множество значений полярного угла, которые отличаются друг от друга на число, кратное 2π . В случае совпадения точки M с полюсом, значение для полярного угла остается абсолютно произвольным. Мы условились использовать такое значение полярного угла, которое находится в пределах $-\pi < \varphi \leq \pi$ [6].

2. Практическое использование метода координат на примере расположения памятников г. Пенза, посвященных Победе в ВОВ 1941-1945 гг.

Для того, чтобы доказать, что система координат это способ шифрования и расшифровывания информации о местоположении объектов в пространстве, мы возьмем некоторый участок земли. В нашем случае, это часть города Пенза с расположенными памятниками, посвященными Победе в войне 1941-1945гг. Эти объекты выбраны в связи с празднованием 75-летия Победы в Великой отечественной войне в 2020 году. Участок нашей карты, с нанесенными объектами представлен в приложении (см. Приложение1). Мы нанесли на карту пять объектов (см. Приложение 2).

Представим, что мы хотим математическим образом передать кому-либо информацию о том, где в нашем городе расположены эти пять памятников. Поскольку язык передачи будет математическим, то мы должны каким-то образом преобразовать информацию о местоположении выбранных объектов в цифровую форму. То есть,

наши получатели увидят шифровку - таблицу из цифр. Чтобы её расшифровать, то есть, чтобы понять, что означают эти цифры, и мы и они должны воспользоваться одним и тем же ключом. Способов зашифровки местоположения может быть бесчисленное множество, поэтому необходим ключ, которым является выбранная система координат. Поскольку ключей, т.е. систем координат, может быть очень много, то, для сохранения секретности, допускается каждую неделю менять ключ (способ перевода местоположения в цифры) в случае необходимости.

2.1. Прямоугольные (декартовы) координаты памятников г. Пензы.

Для определения местоположения выбранного объекта выберем математическую модель. Воспользуемся декартовой системой координат. Для введения прямоугольных координат, необходимо определить порядок действий: 1. Расположение начала координат или "нулевая точка" - МБОУ «СОШ №7 г. Пензы». 2. Направление первой оси – восток (x). 3. Направление второй оси – север (y). Аэрография участка представлена в приложении (см. Приложение 3).

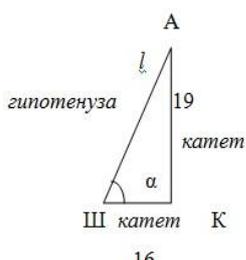
Некоторые считают, что система координат - это оси или сетка, которая проведена на земле, но это не так. Система координат - это набор правил, которые позволяют узнать координаты любого объекта, а имея координаты - получить местоположение объекта.

Можно расчертить клетками одинакового размера карту города и определять координаты по этой сетке (см. Приложение 4).

Красные линии показывают направления на север и восток. Масштаб 2 клетки: 375 м.

Если мы используем сетку, то получаем другой набор правил для определения координат объекта: без измерений на карте, а с сеткой. Но координаты по этому, иному набору правил получаем такие же. Такие координатные системы называются эквивалентными.

I. Стела рабочим фабрики «Маяк Революции». Обозначим ее точкой А.



ЕО (единица отрезка)=1 клетка, тогда в данной системе координаты точки А (16;19).

Найдем расстояние l от школы до объекта, воспользовавшись теоремой Пифагора [2]. $l = \sqrt{x^2 + y^2}$,

(рис.4) $l = \sqrt{16^2 + 19^2} = \sqrt{256 + 361} = \sqrt{617} \approx 24,8$ (ед. отр). Находим по квадратам катетов.

таблице квадратов. Масштаб 2 клетки: $375 \text{ м. } 24,8 \times \frac{375}{2} = 4650 \text{ (м)} = 4,65 \text{ км}$. Угол в декартовых координатах можно найти, используя рисунок 4. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{AK}{HK}$ - отношение противолежащего катета к прилежащему. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{19}{16} = 1,185$; $\alpha = 49^\circ 57'$ по таблице Брадиса.

II. Стела работникам завода ДХО «Их нет, но они с нами». Обозначим ее точкой В.

Составим математическую модель, используя декартову систему координат.

ЕО=1 клетка. В данной системе объект имеет следующие координаты: В (-3;27).

Найдем расстояние l (от школы до объекта по теореме Пифагора):

$l = \sqrt{(-3)^2 + 27^2} = \sqrt{9 + 729} = \sqrt{738} = 27,2$ (ед. отр). С учетом масштаба 2 клетки: 375м, получаем: $27,2 \times \frac{375}{2} = 5100 \text{ (м)} = 5,1 \text{ (км)}$. Угол в декартовых координатах:

$$\sin \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}; \quad \sin \varphi = \frac{27}{\sqrt{738}} = \sqrt{\frac{729}{738}} = \sqrt{0,987} \approx 0,993; \quad \varphi = 96^\circ \text{ по таблице}$$

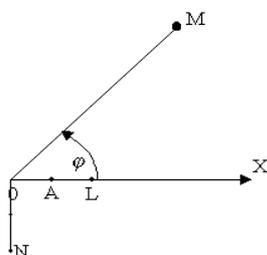
Брадиса.

Координаты остальных точек определили аналогично.

Вывод: координаты в отдельных случаях, для наглядности, можно представлять в виде сетки, потому что это один из эквивалентных способов определения координат.

2.2. Полярные координаты памятников г. Пензы.

Разумеется, не все способы определения координат эквивалентны. Некоторые могут давать другие числа. Например, в вышеописанном способе можно мерить расстояние не в сотнях метров, а в английских фарлонгах (201,168м). А направление на север определять не по компасу, а по направлению на полярную звезду. Из-за того, что географический и магнитный полюса Земли не совпадают, результаты будут иные. Кроме таких незначительных изменений метода, возможны и вообще принципиально другие способы введения координат, например, полярные координаты. Выбираем



новую модель «Полярная система координат».

Выбираем начало координат. Это снова будет МБОУ «СОШ №7 г. Пензы». Направление движения против часовой стрелки.

r – полярный радиус, $r \geq 0$

φ – угол, $0 \leq \varphi < 360^\circ$. Движение против часовой стрелки.

Выбрав по-своему систему отсчета, нужно иметь в виду, что найденные координаты объекта могут не совпадать, например, с координатами, полученными геодезистами. Поскольку теперь мы знаем, что описанный метод определения координат эквивалентен некоторой сетке, то мы сразу рисуем эту сетку (см. Приложение 5). Эта

сетка состоит из радиальных линий. Красной линией показано направление на север. Не стоит забывать, что данная сетка не является самой системой координат, она её символизирует. Сама система координат - набор правил. Рассмотрим в полярной системе координат выбранные точки.

I. Стела работникам фабрики «Маяк Революции»:

Единичный сектор $90^\circ:18=5^\circ$. Масштаб 4 единичных радиуса: 375 м. $r=50$ ед. радиусов.

Найдем радиус заданной точки М: $50 \times \frac{375}{4} = 4,687,5 \text{ м} = 4,68 \text{ км}$

Найдем угол φ : $\varphi = 10 \times 5 = 50^\circ$; 10 - единичных секторов. $M(4,68; 50^\circ)$. Полярные координаты точки А (50;10).

II. Стела работникам завода ДХО «Их нет, но они с нами».

Единичный сектор: $90^\circ:18=5^\circ$, $r=55$ ед. радиусов. Найдем радиус заданной точки. Масштаб 4 единичных радиуса: 375 м. $55 \times \frac{375}{4} = 5,156,25 \text{ (м)} = 5,156 \text{ (км)}$; $\varphi = 19,3 \times 5 = 96,5^\circ$; (19,3 – единичных секторов). $M(5,156; 96,5^\circ)$. Полярные координаты точки В (55;19,3).

Полярные координаты для остальных точек определили аналогично первым двум. Таким образом, мы получили расстояния в километрах до каждого объекта и угол φ (см. Приложение 6).

В давние времена, во время путешествий по морю, приходилось использовать сложные правила для определения координат. Они были связаны с местоположением звёзд на небе. В наше время существуют системы спутникового позиционирования (GPS). Они автоматически показывают готовые координаты. Такой способ можно считать прочерченной сеткой по всей поверхности Земли [8].

2.3. Преобразования координат.

Сводная таблица, в которой приведены координаты, расстояния и углы всех пяти рассматриваемых объектов г. Пензы, вычисленные с использованием прямоугольных и полярных координат, представлена в приложении (см. Приложение 6). Из таблицы видно, что несмотря на разные значения координат в разных системах, расстояние от школы до исходных объектов одинаковы, это говорит о том, что вычисления нами были проведены верно.

Мы видим, что полученные координаты в отличающихся координатных системах абсолютно разные. С одной стороны так и должно быть, ведь мы применяли понятие

шифра для разъяснения того, что такое координаты. Поскольку у нас есть шифр, то мы можем зашифровывать информацию с помощью разных ключей шифрования, т.е. способов введения координат, и, значит, зашифрованные сообщения будут отличаться. Тогда, с другой стороны, получаем вопрос. Шифр это хорошо, когда требуется сообщить закрытую информацию, но если шифровать нечего, то шифр становится неудобен: сначала надо шифровать, потом расшифровывать. Можно ли исключить шифрование и сохранять информацию о местоположении в открытом виде? Фактически нельзя. Хотя ученые нашли способ, как иногда можно обходиться без зашифровки, в целом, надо признать, что без шифрования обойтись нельзя.

Если нам необходимо передать информацию о местоположении Памятного знака «Звезда Победы» на выбранной карте, то должны выбрать какую-либо систему координат и преобразовать положение объекта в цифры выбранной системы координат: $(-52;55,5)$ или $(152;26,6)$. Мы свободны в выборе системы координат, но не выбрать ее совсем не можем.

Выбрав по-своему систему отсчета, нужно иметь в виду, что найденные координаты объекта могут не совпадать, например, с координатами полученными геодезистами, т.к. приборы, используемые ими современны и достаточно точны, а наши измерения могут иметь достаточно большую погрешность.

Координаты в разных системах имеют взаимосвязь. В математике и физике для обозначения разных взаимосвязей используется понятие функции, т.е. в случае, когда величины зависят одна от другой, то считают, что первая является функцией последней. Есть ли функция, которая поможет нам преобразовать одни координаты в координаты другой системы? В нашем случае – это функции синуса и косинуса. Подробней изучить преобразования одних координат в координаты другой системы возможно проведя новое исследование. В данной работе такая цель перед нами не стоит.

Заключение

Метод координат одна из тем, которая изучается в школьном курсе геометрии. Его использование дает возможность облегчить и сократить ход решения задачи. Многие задачи, требующие для решения геометрической интуиции, были решены с помощью алгебры. Координатный метод являет собой тот аппарат, который возможно использовать для исследования объектов в геометрии.

В данной исследовательской работе мы доказали, что выдвинутая гипотеза верна, и этот метод обладает универсальностью, а между координатами в различных системах существует связь. Доказали, что суть метода координат в решении задач геометрии средствами алгебры и он связывает эти дисциплины; обогащает алгебру геометрической наглядностью. Так, для перехода от полярных координат к прямоугольным, можно использовать тригонометрические функции, а теорема Пифагора требуется для перехода от прямоугольных координат к полярным. Какую систему координат предпочесть, зависит от конкретных задач.

На практике, определение координат предмета, который рассматривается условно как точка, определяются приближенно. Задать координаты предмета – это значит, что точка, которая определяется этими координатами, или является одной из точек этого предмета, или близко расположена к нему.

В ходе исследовательской работы нами был сделан следующий вывод: развитие координатного метода, и в целом математики, происходит исходя из практической необходимости. Мы рассмотрели теоретические основы, необходимые для усвоения данного метода; изучили некоторые варианты метода координат. На примере объектов г. Пенза, посвященных Победе в Великой отечественной войне 1941-1945гг., мы убедились, что система координат - это способ шифрования и расшифровывания информации о местоположении объектов в пространстве.

- Исследовали возможности метода координат для решения геометрических задач.
- Освоили методы решения задач, используя прямоугольные и полярные координаты.
- Доказали, что сущностью метода координат является решение геометрических задач средствами алгебры.
- Подобрали теоретический материал по координатному методу.
- Показали все достоинства данного метода при решении соответствующего вида задач.

Изучение метода координат является неотъемлемой частью школьного курса геометрии, так как его можно успешно применять при решении большого числа задач, в том числе, задач ЕГЭ (задания С2)[5,7]. Поэтому углубленное обучение данному методу позволит школьникам старших классов применять его при решении стереометрических задач, оставаясь при этом лишь вспомогательным методом.

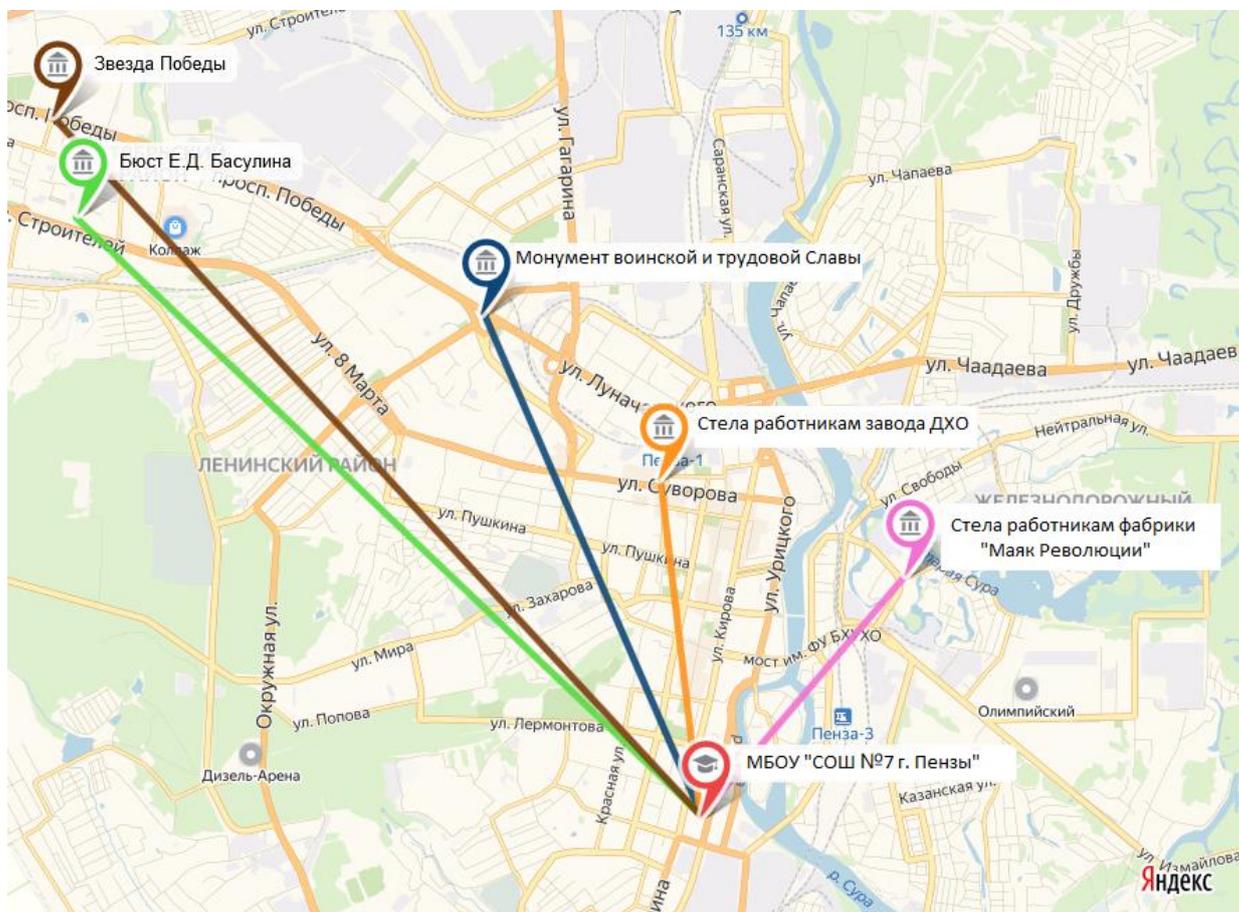
Возможно более подробное изучение метода координат на дополнительных занятиях по математике, для подготовки к олимпиадам различного уровня в старших классах.

В дальнейшем мы планируем исследовать алгоритм «What3words»: три слова вместо координат, с помощью которого можно найти любое место в мире, используя всего три слова.

Список использованных источников:

1. Александров А. Д., Вернер А. Л., Рыжик В. И. Стереометрия. Геометрия в пространстве: Учеб. пособие для уч. ст. кл. и абитуриентов. — Висагинас, Alfa, 1998.— 576 с.
2. Атанасян Л. С. Геометрия для 7-9 классов средней школы [Текст] / В. Ф. Бутузов, С. Д. Кадомцев, Э. Г. Позняк, И. И. Юдина - М. Просвещение, 1992г.- 335с.
3. Брадис В.М. Четырехзначные математические таблицы – 47 изд. – М.: Дрофа, 2001.-102с.
4. Гельфанд И. М. Метод координат / Гельфанд И. М., Глаголева Е. Г., Кириллов А. А., - МЦНМО, 2009. – 189с.
5. Использование метода координат в пространстве для решения заданий С-2 Единого государственного экзамена [Электронный ресурс] / <http://nsportal.ru/shkola/geometriya/library/ispolzovanie-metoda-koordinat-vprostranstve-dlya-resheniya-zadaniy-s-2>
6. К изучению перемещений на координатной плоскости / Г.Б. Лудина // Математика в школе - 1983г.- №2
7. Конева Г.П. Использование метода координат в пространстве для решения заданий С-2 Единого государственного экзамена по математике [Электронный ресурс] / Конева Г.П., Опубликовано 12.01.2013 - 6:51 / <http://nsportal.ru/shkola/geometriya/library/ispolzovanie-metoda-koordinat-vprostranstve-dlya-resheniya-zadaniy-s-2>
8. Новые компьютерные технологии. Координатная плоскость // Математика - Приложение к газ. «Первое сентября» - 2004г. №29
9. Смирнова И.М., Геометрия / И.М.Смирнова, В.Ф.Смирнов – М,2008. – 201с.
10. Смогоржевский А.С. Метод координат. – М.: Гостехиздат, 1952. - 40 с.

Участок карты г. Пенза с нанесенными объектами



**Памятники г. Пензы, посвященные победе в Великой отечественной войне
1941-1945гг.**



Монумент воинской и трудовой Славы



Стела «Их нет, но они с нами»,
посвященная работникам завода
Дезхимоборудования, погибшим в
годы войны



Стела «Рабочим фабрики «Маяк
Революции» не вернувшимся с полей
битв 1941-1945гг.



Бюст Героя Советского Союза,
летчика Е.Д. Басулина



Памятный знак «Звезда Победы»

Аэрография участка г. Пензы



Сетка для определения прямоугольных (декартовых) координат объектов г.
Пензы



Масштаб 2 клетки: 375 м

Сетка для определения полярных координат объектов г. Пензы



Масштаб 4 единичных радиуса: 375 м.

Сводная таблица объектов г. Пенза

Объекты	Декартовы координаты			Полярные координаты		
	Координаты	l, км	φ, градусы	Координаты	l, км	φ, градусы
Стела «Рабочим фабрики «Маяк Революции» (А)	(16;19)	4,65	49°54'	(50;10)	4,68	50°
Стела «Их нет, но они с нами», посвященная работникам завода ДХО (В)	(-3;27)	5,1	96°	(55;19,3)	5,16	96,5°
Монумент воинской и трудовой Славы (N)	(-17,6;40)	8,19	114°	(87;22,8)	8,16	114°
Бюст Героя Советского Союза, летчика Е.Д. Басулина (К)	(-50;49)	13,13	137°	(139;27,3)	13,03	136,9°
Памятный знак «Звезда Победы»(F)	(-52;55,5)	14,26	133°	(152;26,6)	14,25	133°