

Министерство образования Пензенской области
ГАОУ ДПО «Институт регионального развития Пензенской области»
Управление образования города Пензы
МБОУ «Лицей современных технологий управления № 2» г. Пензы

II открытый региональный конкурс исследовательских и проектных работ школьников
«Высший пилотаж - Пенза» 2022

Направление работы: Техника и инженерные науки

Прикладная среда математического пакета Wolfram Mathematica (Wolfram Alpha) на уроках 7
и 8 классов

Автор: Горбачев Илья Александрович, 9 класс

Научный руководитель: Лемина Ирина Валентиновна

Место выполнения работы: г. Пенза

2021

Оглавление

| | |
|---|----|
| Введение | 3 |
| 1. Возможности Wolfram Mathematica (WolframAlpha) для использования в школьном курсе математики | 4 |
| 1.1. Математический пакет Wolfram Mathematica (WolframAlpha) | 4 |
| 1.2. Исследование возможностей математического пакета Wolfram Mathematica (Wolfram Alpha) для использования в курсе алгебры 7 и 8 классов | 5 |
| 2. Практическое применение программы Wolfram Mathematica (Wolfram Alpha) в курсе математики 7 и 8 классов | 7 |
| 2.1. Варианты построения графиков функций с использованием математического пакета Wolfram Alpha | 7 |
| 2.2. Решение квадратных уравнений в Wolfram Alpha | 10 |
| 2.3. Решение систем уравнений с двумя переменными в Wolfram Alpha | 11 |
| Заключение | 13 |
| Список использованных источников: | 14 |
| Приложение 1 | 16 |
| Приложение 2 | 17 |

Введение

Математика — наука не столько для ушей, сколько для глаз.

Карл Фридрих Гаусс

До 80 % информации человек получает посредством зрительного восприятия, за такое наглядно-образное мышление, отвечает правое полушарие, но оно не всегда задействовано достаточно. В большинстве случаев в школе основной упор при обучении математике делается на развитие логического и аналитического мышления, которое контролирует левое полушарие мозга. Применения инструментов по визуализации помогают развивать оба полушария мозга [2]. Главным помощником в этом может стать применение компьютерных технологий. В настоящее время они широко представлены, но в школе используются недостаточно, а ведь это способствует формированию информационной грамотности, позволяет глубже взглянуть и осмыслить процессы решения задач.

Программ, способных выполнять вычисления по заданной человеком программе, множество, но сейчас наибольшую популярность в научном мире набирает математический пакет Wolfram Mathematica или ее онлайн-версия Wolfram Alpha. Онлайн-версия доступна любому, пользование ею бесплатное.

Основная особенность Wolfram Mathematica - возможность использовать формулы для того, чтобы описывать различные связи. Следует отметить, что по заданным формулам расчёт выполняется автоматически. В ней содержатся сотни различных функций: математических, логических, текстовых, статистических и т.д.

На уроках математики использование компьютеров сильно ограничено, в то время, как научная деятельность тесно связана с использованием компьютера и информационных технологий обработки информации. Множество задач из курса алгебры можно решить быстрее и нагляднее с использованием математического пакета Wolfram Mathematica.

В школьном курсе алгебры для визуализации при изучении некоторых тем возникла необходимость построения графиков уравнений, решения квадратных уравнений, а также построение графиков функций. В курсе 7 и 8 классов мало времени отводится для решения различных задач графическим способом.

Актуальность: Можно выявить противоречие: с одной стороны, в настоящее время, назрела необходимость обучения возможностям компьютерных математических пакетов, с другой – отсутствие системы обучения и в курсе информатики, и в курсе математики для такого моделирования, плюс отсутствие выделенного времени для подобных занятий и слабая техническая база.

Цель работы: выявить возможности математического пакета Wolfram Mathematica (WolframAlpha) для построения графиков функций первой и второй степени с помощью формул, выявить преимущества решения систем уравнений графическим способом.

Задачи:

1. Рассмотреть и проанализировать математический пакет Wolfram Mathematica (WolframAlpha).
2. Выявить его возможности.
3. Научиться решать систему уравнений графическим способом.
4. Строить графики функций в соответствии с программой 7 и 8 класса по алгебре.
5. Составить последовательность действий для построения.
6. Провести анализ проделанной работы, сделать выводы.

Методы исследования:

Теоретические:

- анализ литературы по проблеме исследования.

Практические:

- исследование математического пакета Wolfram Mathematica и применение его возможностей в курсе математики;
- метод визуализации;
- метод апробации;
- анализ результатов.

Объектом исследования является математический пакет Wolfram Mathematica.

Предмет исследования – основные характеристики и возможности программы Wolfram Mathematica для использования на уроках алгебры в 7 и 8 классах.

Представленная работа состоит из двух частей. В первой рассматриваются структура, возможности и области применения программы Wolfram Mathematica. Во второй части проведены исследования по изучению ее возможностей: использование элементов управления, решение систем уравнений графическим способом, построение графиков функций, решение квадратных уравнений в соответствии с программой по алгебре 7 и 8 классов. Итогом работы стала разработка лабораторной работы для учащихся 8 класса «Построение графиков функций в WolframAlpha» (см. Приложение 2).

1. Возможности Wolfram Mathematica (WolframAlpha) для использования в школьном курсе математики

1.1. Математический пакет Wolfram Mathematica (WolframAlpha)

Математика - наука, которая всегда идет в авангарде прогресса технических специальностей, предлагая новые методы и подходы, новые идеи. При этом, освоение математики требует рационального баланса классического подхода – с ручкой и листом бумаги – и использованием самых современных средств. Таким программным продуктам, как Wolfram Mathematica, Maple, MathCad и многим другим, доступен символьный язык, когда при постановке задачи, получается готовый ответ. С одной стороны, эта возможность программ не заменит первичного обучения основным математическим знаниям; с другой стороны, появляются новые возможности освоения тех разделов, которые первоначально являлись узко специальными, в виду сложности расчётов.

Научившись работать в какой-то одной программе, будет нетрудно освоить и любую другую. Нами был выбран математический пакет Wolfram Mathematica. Он доступен для скачивания с официального сайта для бесплатного 2-х недельного использования. Им можно также воспользоваться в режиме online, если перейти на WolframAlpha [8].

Пакет Mathematica совершенствуется и развивается уже три десятилетия. Система компьютерной алгебры Wolfram Mathematica была разработана компанией Wolfram Research. За эти годы Mathematica из программируемого калькулятора, однако, уже тогда способного на многое в математике, выросла в полноценную систему компьютерной алгебры. Все возможности Mathematica можно разделить на 4 большие категории: численные расчёты, символьные вычисления, визуализация и программирование [7].

Итак, Wolfram Mathematica является пакетом символьной математики. Огромное количество заложенных разработчиками функций, а также открытая среда, которая позволяет дополнять пакет своими собственными расширениями, делает его возможности воистину безграничными. Mathematica имеет высокую скорость и практически не ограниченную точность вычислений, и работает как на очень мощных, так и не очень сильных персональных компьютерах [9].

Благодаря энергичному развитию на протяжении трёх десятилетий, система Mathematica не имеет себе равных в большом диапазоне измерений и уникальна в своей поддержке современной среды и организации рабочего процесса для технических расчётов. Система Mathematica имеет в наличии почти 5000 встроенных функций, покрывающих все области технических расчётов—все они тщательно интегрированы для идеальной совместной работы, и все они включены в полностью интегрированную систему Mathematica. Язык Wolfram Language просто читать, использовать и изучать. С помощью Wolfram Mathematica можно анализировать большие массивы данных.

Wolfram Mathematica это программное обеспечение, не только для математических вычислений, это гораздо больше: от моделирования и симуляции, визуализации, документации, до создания веб-сайтов. Wolfram Mathematica обладает возможностью осуществлять вызовы функций и принимать вызовы с C, .NET, Java и других языков, генерировать C код, компилировать автономные библиотеки и исполняемые файлы.

Таким образом, в данном математическом пакете можно использовать множество математических, статистических, и других специализированных функций. Методы графического представления данных практически безграничны. Система Mathematica имеет доступ к широкой базе данных Wolfram Knowledgebase, которая включает актуальные реальные данные из тысяч предметных областей.

1.2. Исследование возможностей математического пакета Wolfram Mathematica (Wolfram Alpha) для использования в курсе алгебры 7 и 8 классов

Программа Wolfram Mathematica – одна из наиболее практически значимых и востребованных. Данный математический пакет не только позволяет автоматизировать расчеты, но и является эффективным средством моделирования различных вариантов и ситуаций.

Пакет состоит из 2 частей: Ядро (Kernel) и Оболочка (FrontEnd)[5]. Ядро представляет собой программное обеспечение, которое непосредственно производит расчеты, и одинаково работает на всех типах компьютеров. Оболочка необходима для связи интерфейса с ядром и пользователем. В основном используется интерфейс типа Notebook. С его помощью создаются документы, которые содержат текст, графики, звук, активные формулы и команды, обрабатываемые ядром. Независимо от платформы формат рабочих документов – блокнотов имеет расширение .nb. Пользователи любых систем могут пересылать блокноты Mathematica по электронной почте, а бесплатное приложение MathReader позволяет просматривать и печатать .nb-документы, анимацию и др. В связи с этим, .nb-стандарт является идеальным информационным каналом, связывающим профессионалов с разной географией.

Блокноты содержат и код, и результаты вычислений. В них есть ячейки разных типов:

- ячейки ввода, для задания вычислительной команды,
- ячейки результата, для вывода результатов проведенных вычислений,

- остальные ячейки, которые содержат текст, заголовки и другое.

Интерфейсный процессор (оболочка) — это пользовательский интерфейс. В нем есть окно редактирования для ввода данных, строка меню, инструменты, облегчающих этот ввод. В ядре программы происходят непосредственно вычисления. Алгоритм взаимодействия пользователя с пакетом состоит из следующих действий:

- ввод данных пользователем в окно редактирования (интерфейсный процессор);
- отправка введенных данных в ядро для выполнения вычислений (интерфейсный процессор);
- выполнение вычислений и отправка обратно в интерфейсный процессор (ядро);
- вывод результатов на экран в окно редактирования (интерфейсный процессор).

Получается, что непосредственным участником пользователь является только на первом шаге.

Несмотря на то, что интерфейсный процессор и ядро работают независимо друг от друга, в ходе вычисления они обмениваются данными. Существует специальный протокол — MathLink для выполнения таких задач. Через него интерфейсный процессор может взаимодействовать и с другими программами помимо ядра, такими, как Fortran, C и др.

Mathematica организована таким образом, чтобы его функциями можно было бы воспользоваться, не читая предварительно литературу по обучению пакета. Достаточно запустить Mathematica, выбрать из предлагаемых вариантов «New Notebook» в случае первого использования пакета или «Open» с нужным названием файла, если выбирается ранее подготовленный материал, и приступить к работе.

При первом использовании математического пакета выбираем опцию «New Notebook». В дальнейшем для каждого типа заданий проще сохранить свой рабочий файл под новым названием, отражающим характер работы. Появляется окно для ввода рассчитываемых заданий. Удобно расчёты сопровождать комментариями в текстовом режиме кириллической раскладки клавиатуры. Для правильной записи набора вводимых команд можно воспользоваться помощью в меню. Для этого нажимаем «Help» в верхней строчке меню и выбираем первую строку «Wolfram Documentation». В предлагаемой строке поиска указываем искомую команду. Изучаем предлагаемые варианты и копируем подходящий. Так, можно выделить образец, скопировать его с помощью команды «Ctrl C», а затем вставить его в открытый документ «New Notebook» используя команду «Ctrl V». Для записи команд в пакете Mathematica не требуется умения программирования. Основная часть возможностей используется при обращении к «Help».

Существует команда по очистке памяти в истории операций. Введенные ранее данные Mathematica «помнит» всю сессию. Это удобно, чтобы не повторять команды. При этом имеется и минус – память «загрязняется». В случае, когда программа начинает неправильно отображать результат, нужно в Главном Меню выбрать Quit Kernel. Ещё раз выбрать Quit Kernel в опции Local. Часто после этих действий программа начинает работать правильно [3].

Упрощает набор команд в Mathematica возможность переноса записей этих команд из, например, Word в Notebook простым копированием. Конечно, для этого нужно иметь соответствующий файл. В случае текстового файла на бумаге может помочь программа сканирования и распознавания. Важная опция Mathematica – возможность копировать результат работы пакета в текстовый документ с помощью обычных операций копирования и вставки. Это можно делать не только с вычислительными результатами, но, что особенно важно, с графиками и другими более сложными фигурами. Важно отметить, что копирование в «Word» разных объектов из Mathematica происходит с сохранением их формата. Чтобы от него

избавиться, нужно сделать промежуточное копирование в какой-то текстовый редактор, например, в «Блокнот» – стандартной программы Windows.

Команды в Mathematica начинаются с заглавной буквы, а их выполняемая часть стоит в квадратных скобках. Если команда является составной, например, `Matrix[Form[A]]`, то она может образовывать одну команду `MatrixForm[A]`, но самостоятельно образовывать такую последовательность команд не рекомендуется – предпочтительно проверять правильность написания команды и записи её аргументов с помощью `Help`.

Данная программа работает также с графикой и звуком, строит двух- и трёхмерные графики функций, рисует произвольные геометрические фигуры, импортирует и экспортирует изображения и звук. Кроме того, в Mathematica есть возможность поддержки процедурного программирования, применяя стандартных операторов управления для выполнения программы, например, циклы и условные переходы, плюс объектно-ориентированный подход. Программа допускает отложенные вычисления. Также в системе можно вводить правила работы с разными выражениями. Упрощение процесса разработки от дизайна до внедрения достигается наличием гибкого символьного языка, поддержкой большого числа парадигм программирования, продвинутыми инструментами отладки, автоматическим проектированием интерфейса и др. В Mathematica все данные, программы, формулы, графики, документы представлены в виде символьных выражений [6]. Список команд в пакете Mathematica для школьного курса представлен в приложении 1.

Хотя возможности программирования в Mathematica тоже имеются, они здесь не рассматриваются.

Таким образом, данный математический пакет позволяет производить манипуляции с алгебраическими формулами, находить решение уравнений и систем уравнений; производить расчеты с использованием большого числа специальных функций; строить двухмерные и трехмерные графики функций, а также контролировать различные аспекты графиков, такие как тип линий, цвет, отображение осей координат и др. Программа позволяет получать результаты без проведения расчётов вручную и подходит для применения в школьном курсе алгебры.

В практической части мы рассмотрим возможности использования этой программы в курсе алгебры 7 и 8 классов на примере построения графиков функций, изучение их свойств и закономерностей, и решении систем уравнений и докажем, что программа Mathematica дает возможность рассмотреть большое количество примеров с минимальными усилиями, и помогает визуализировать учебный материал.

2. Практическое применение программы Wolfram Mathematica (Wolfram Alpha) в курсе математики 7 и 8 классов

2.1. Варианты построения графиков функций с использованием математического пакета Wolfram Alpha

В школьной программе по математике, в 7 классе изучаются линейные функции, их свойства и графики, а в 8 – обратные пропорциональные и графики функций $y=\sqrt{x}$ [1]. При изучении, этих тем возникает необходимость построения графиков элементарных функций и уравнений первой и второй степени [4]. Для изучения свойств этих функций Wolfram Mathematica (Wolfram|Alpha) предлагает широкие возможности. Этот пакет позволяет производить различные символьные вычисления, например, преобразовывать алгебраические выражения.

Для этого используется ряд встроенных функций. Исследуем доступность и удобство данной системы для пользователя-школьника.

1. Построить график функции, заданный линейным уравнением.

Линейная функция – это функция, заданная формулой вида $y = kx + m$, где x независимая переменная, k и m – некоторые числа. Применяя эту формулу, зная конкретное значение x , можно вычислить соответствующее значение y .

В уравнении функции $y = kx + m$, где k - угловой коэффициент:

- Если $k > 0$, то угол острый и функция возрастает;
- Если $k < 0$, то угол тупой и функция убывает график наклонен влево.

Коэффициент m отвечает за сдвиг графика вдоль оси OY :

- Если $m > 0$, то график функции $y = kx + m$ получается из графика $y = kx$ сдвигом на m единиц вверх вдоль оси OY .
- Если $m < 0$, то график функции $y = kx + m$ получается из графика $y = kx$ сдвигом на m единиц вниз вдоль оси OY .

Обращаясь к Wolfram Alpha, чтобы построить график функции, мы всегда используем префикс Plot. Если же мы введем какое-либо одномерное выражение без префикса Plot, то получим кроме графика функции в прямоугольных декартовых координатах, еще и много других сведений об этой функции.

$$y = -3x + 4$$

Plot[y = -3x + 4]

Решение:

$$3x + y = 4$$

$$3x + y - 4 = 0$$

$$x = \frac{4}{3}$$

Итак, график функции $y = -3x + 4$, в программе имеет вид:

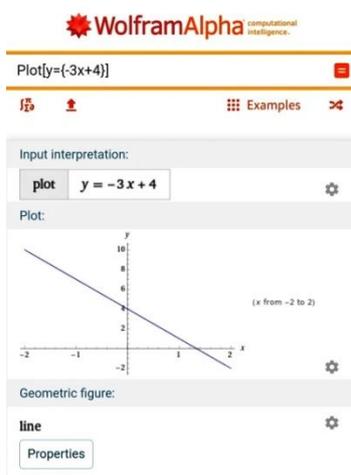
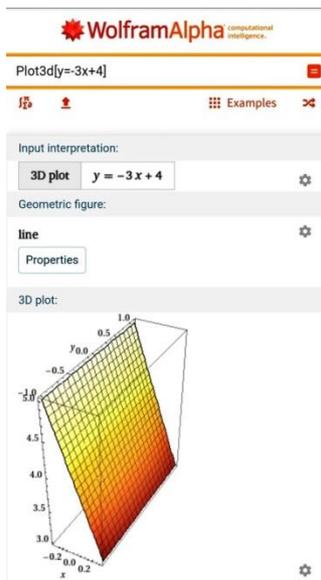


рис.1

Возможно визуализировать этот график в трехмерном изображении с помощью команды Plot3D.

Plot3D[y = -3x + 4], тогда график выглядит так:



✳️ *рис.2*

2. Построить обратную пропорциональную функцию, например: $y = \frac{6}{x}$.

$\text{Plot}\left\{y = \frac{6}{x}\right\}$

$xy=6$ при $x \neq 0$

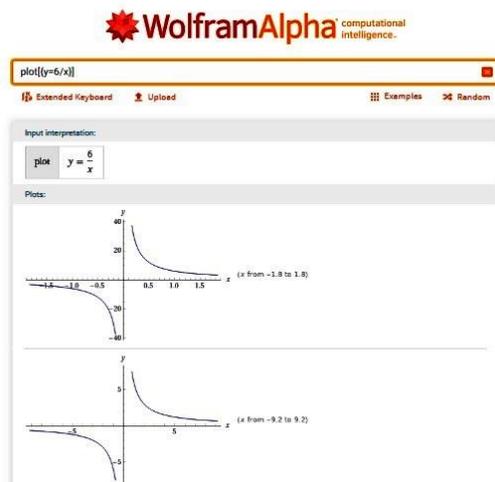


рис.3

Эта же функция в трехмерном изображении задается командой Plot3D.

$\text{Plot3D}\left\{y = \frac{6}{x}\right\}$

Трехмерное изображение такого решения выглядит следующим образом:

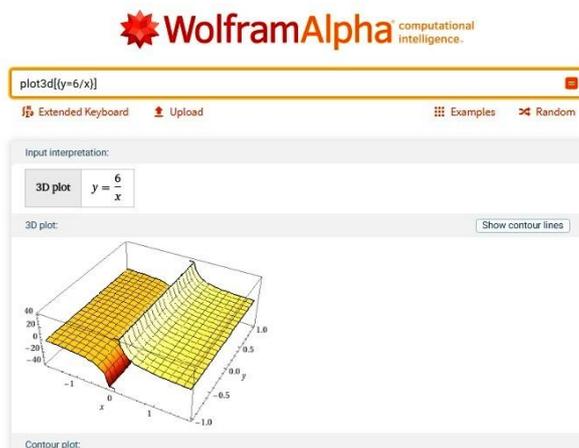


рис.4

3. Построить график функции вида $y = \sqrt{x}$.

Описывая свойства этой функции, мы опираемся на её геометрическую модель — ветвь параболы.

- Область определения функции - $[0; +\infty)$.
- $y = 0$ при $x = 0$; $y > 0$ при $x > 0$
- Функция возрастает $[0; +\infty)$.
- Функция ограничена снизу, но не ограничена сверху.
- Y наименьший $= 0$ при $x=0$; Y наибольший не существует.
- Функция непрерывна $[0; +\infty)$.

Построим график функции $y = \sqrt{2 - x^2}$.

Plot[y = Sqrt{2 - x^2}]

$$x = \sqrt{2}$$

$$x = -\sqrt{2}$$

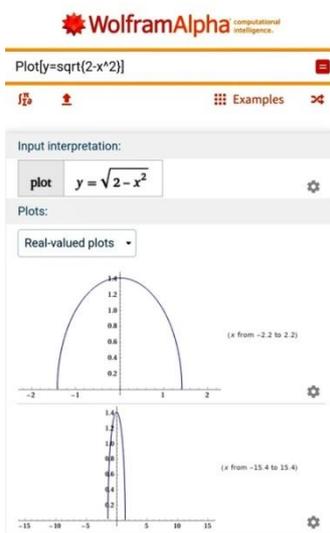


рис.5

Этот же график в трехмерном изображении будет выглядеть следующим образом:
Plot3D[y = Sqrt{2 - x^2}].

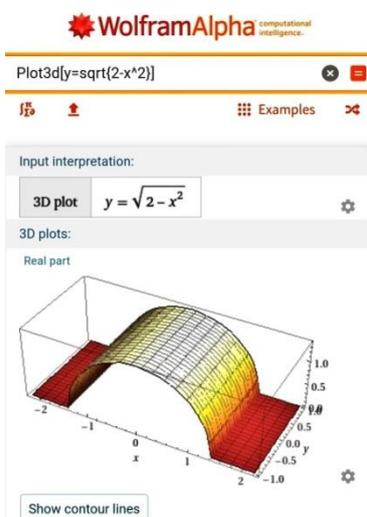


рис.6

2.2. Решение квадратных уравнений в Wolfram Alpha

Квадратное уравнение — это уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где коэффициенты a , b и c — произвольные числа, причем $a \neq 0$.

Алгоритм решения квадратных уравнений следующий:

1. Преобразовать уравнение к виду $ax^2 + bx + c = 0$.
2. Выписать значения коэффициентов a , b и c . Знак перед членом берется в коэффициент.
3. Вычислить значение дискриминанта по формуле $D = b^2 - 4ac$.
Если $D < 0$, корней нет;
Если $D = 0$, есть ровно один корень;
Если $D > 0$, корней будет два.
4. Вычисляем корни уравнения по формулам $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ или $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$

Уравнение в системе Mathematica формируется двойным знаком равенства « $==$ ». Задача «выразить x из уравнения» встречается довольно часто. Ее можно рассматривать, как решение уравнения с буквенными коэффициентами. Поэтому логично, что Wolfram Alpha использует для решения таких уравнений запрос Solve, который используют для нахождения корней в уравнении.

Решим уравнение: $x^2 - 6x + 9 = 0$

Вычисляем значение дискриминанта по формуле $D = b^2 - 4ac$.

$$D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$$

Следовательно, уравнение имеет один корень.

$$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 + 0}{2 \times 1} = 3$$

Теперь решим это же уравнение в программе Wolfram.

Solve[$x^2 - 6x + 9 = 0$]

$$x = 3$$

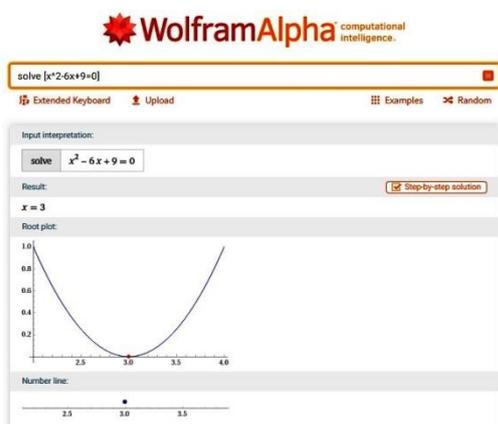


рис.7

Таким образом, мы получили не только решение уравнения, но и его визуальное воплощение в виде графика.

2.3. Решение систем уравнений с двумя переменными в Wolfram Alpha

Способ заключается в построении графика каждого уравнения, входящего в данную систему, в одной координатной плоскости и нахождении точки пересечения этих графиков. Координаты этой точки (x ; y) и будут являться решением данной системы уравнений.

Если прямые, являющиеся графиками уравнений системы, пересекаются, то система уравнений имеет единственное решение.

Если прямые, являющиеся графиками уравнений системы, параллельны, то система уравнений не имеет решений.

Если прямые, являющиеся графиками уравнений системы, совпадают, то система уравнений имеет бесконечное множество решений.

Решим графическим способом систему линейных уравнений:

$$1. \begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

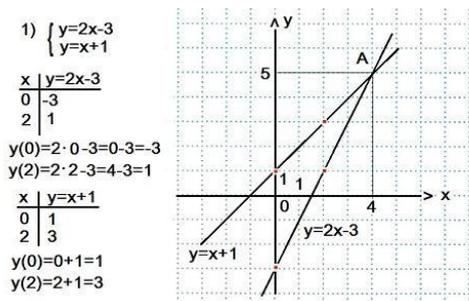


рис.8

Этот же пример, при использовании программы Wolfram Alpha выглядит так:
Solve[y=2x-3, y=x+1]

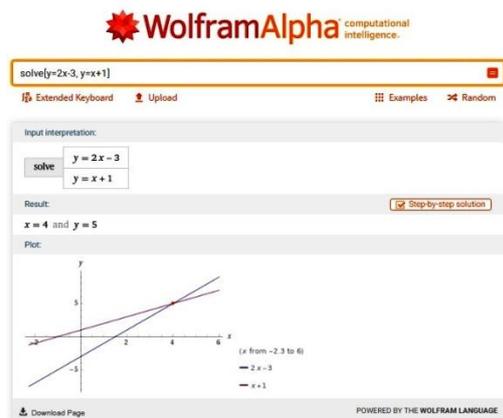


рис.9

Мы видим, что решение вручную совпадает с решением в математическом пакете.

Для решения уравнений и их систем в Wolfram|Alpha используется запрос solve. Запрос, который означает: «Решить систему линейных уравнений»: solve [x+y+z-u=1, 2x+y+z-2u=1, x+y+2z+u=1, x+y+2z+4u=2]. Другой вариант, без использования команды solve, также позволяет получить решение системы: достаточно просто ввести уравнения системы через запятую.

$$2. \text{ Решить систему уравнений: } \begin{cases} 3x - y - 4 = 0 \\ 2x + y - 6 = 0 \end{cases}$$

Solve[3x-y-4=0, 2x+y-6=0]

$$x=2, y=2$$

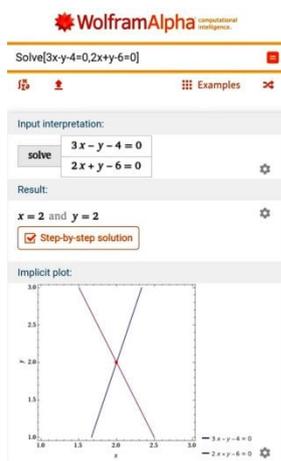


рис.10

Решая системы уравнений в математическом пакете, получаем мгновенный ответ и построенный график, которые совпадают с решением вручную и позволяют за один и тот же период времени решить большее количество задач.

Мы доказали, что не применяя особых усилий, возможно решить все системы уравнений, решить квадратные уравнения, построить графики функций, изучаемых в школьном курсе математики 7 и 8 классов используя программу Wolfram Mathematica (Wolfram|Alpha). При этом, данный метод решения хорошо использовать для проверки решенных домашних заданий. При этом, надо понимать, что никто не отменял важность умения решать классическим способом вручную.

Заключение

С момента появления компьютеров, технологии изменяются и входят во все виды деятельности и повседневную жизнь. Повсеместная информатизация вошла и в образовательную деятельность. Сегодня традиционные средства, используемые для создания наглядной учебной среды при изучении курса математики в школах, колледжах и институтах, вытесняются и заменяются системами компьютерной алгебры со встроенными функциями визуализации. Это позволяет любому ученику самостоятельно создавать и изменять графические образы математических объектов.

В данной работе был рассмотрен математический пакет системы компьютерной алгебры Wolfram Mathematica (Wolfram|Alpha), выявлены ее возможности для использования в школьном курсе математики. Мы научились строить графики функций в соответствии с программой 7 и 8 класса по алгебре, решать системы уравнений с двумя переменными и квадратные уравнения в математическом пакете. Составили последовательность действий для построения.

Анализируя проделанную работу можно подвести следующие итоги:

1. Использование данной программы в изучении курса алгебры в 7 и 8 классах, позволит повысить эффективность работы на уроке, во избежание однообразных действий при построении графиков функций, поддержать интерес к математике.
2. Использование компьютеров дает возможность работать в быстром темпе, с практически одинаковой скоростью.

3. Применение современных информационных технологий значительно повышает качество наглядности информации, делает ее ярче, динамичнее и красочнее. Достоинство такой визуализации: более легкое восприятие сложной информации при помощи наглядных образов и динамических представлений.

4. На уроках не всегда достаточно времени для применения подобных программ. Можно предложить их использование на дополнительных занятиях или для выполнения домашних заданий, при изучении тем, связанных с построением графиков функций, решения систем уравнений, решения квадратных уравнений.

5. Рекомендуется использовать бесплатную онлайн-версию пакета Wolfram Alpha на дополнительных занятиях в курсе школьной математики. При чем, в данный момент уже не обязательно наличие специального компьютерного класса, достаточно наличия мобильного телефона с интернетом.

6. НО! Использование математического пакета является недостатком, если не усвоен основной базовый материал, из-за отсутствия в этом случае логической целостности, поэтому максимальный эффект получится в случае комбинирования классического и технического подходов для возможности визуализации.

Мы считаем, что цель работы достигнута, задачи выполнены. С помощью математического пакета Wolfram Mathematica (Wolfram Alpha) можно решать математические уравнения и системы, строить графики функций.

Итогом исследования стала разработка лабораторной работы для учащихся 8 класса по теме «Построение графиков функций в математическом пакете Wolfram Alpha».

Результаты данной исследовательской работы могут быть интересны не только школьникам среднего и старшего звена при изучении большого количества тем в алгебре и геометрии, но и для учителей математики, преподавателей колледжей, в частности для проверки домашнего задания или для визуализации некоторых изучаемых тем в курсе математики. Возможно использовать этот математический пакет в химии, физике, экономике, биологии и других предметах, где требуются расчеты. Его использование упрощает выполнение лабораторных работ, помогает преодолеть математические трудности при обработке результатов эксперимента и помогает показать результаты вычислений в наглядной графической форме.

Новизна данной работы заключается в изучении возможностей математического пакета с целью непосредственного внедрения в школьный учебный процесс в дальнейшем, ведь необходимость существенно изменить изучение математики и других дисциплин в школе уже назрела.

Мы считаем перспективным дальнейшее изучение этой компьютерной математической системы, за счет изучения ее новых функций и возможностей в ходе усложнения программы по алгебре, в том числе и возможностей программирования в данном математическом пакете.

Список использованных источников:

1. Алгебра 8 класс под ред. Теляковского. – М.: Просвещение, 2019. – 287с.
2. Гуров, М. Н. Применение систем компьютерной алгебры для визуализации математических объектов и их преобразований на уроках математики / М. Н. Гуров, И. Ю. Жмурова. — Текст: непосредственный // Актуальные задачи педагогики: материалы XI

Междунар. науч. конф. (г. Краснодар, февраль 2020 г.). — Краснодар: Новация, 2020. — С. 22-26. — URL: <https://moluch.ru/conf/ped/archive/358/15584/> (дата обращения: 19.10.2020).

3. Дорофеев В.Ю., Савинов Г.В. «Mathematica» для линейных экономических моделей. — Спб.: СПбГЭУ, 2018 – 110 с.

4. Егерев В.К. Радунский Б.А., Тальский Д.А. Методика построения графиков функций. Москва, 1970.-160с.

5. Стехина К.Н. Решение дифференциальных уравнений в пакете Mathematica. Часть 1. Уравнения первого порядка и их приложения: учебное пособие / К.Н. Стехина, Д.Н. Тумаков. — Казань, 2014. — 116 с.

6. Четвериков, М. А. Применение средств Wolfram Mathematica для создания интерактивных иллюстраций / М. А. Четвериков. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2013. — № 8 (55). — С. 62-66. — URL: <https://moluch.ru/archive/55/7481/> (дата обращения: 31.10.2020).

7. Чудаева Т. Д. Визуализация на уроках математики // Научный альманах, 2016. № 11–3. С. 168–170. <http://www.braintools.ru/article/1305>

8. Mathematica [Электронный ресурс]: Википедия. — США: wikipedia.org, 2013. — Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Mathematica>, свободный.

9. Введение в Wolfram Mathematica [Электронный ресурс]: Хабрахабр. — Россия: habrahabr.ru, 2013. — Режим доступа: <http://habrahabr.ru/post/180925/>, свободный.

10. <http://web-in-math.blogspot.com/2011/06/wolfram-alpha.html>

11. http://www.wolframalpha-ru.com/2011/08/blog-post_09.html

12. <https://www.wolfram.com/mathematica/>

Список команд в пакете Mathematica для школьного курса.

| Ключ | Действие |
|---------------------------------|--|
| Shift+Enter | Завершение ввода строки; отправка на выполнение. |
| F1 | Вызов HELP. |
| Cell | Обращение к меню для работы с ячейками. |
| Palettes | Обращение к меню для работы с палитрами. |
| Ctrl+^ | Возведение (выделенного выражения) в степень. |
| Ctrl+пробел | Возвращение курсора в основную строку. |
| Ctrl+% (Ctrl+5) | Перемещение курсора между нижним и верхним пределами интегрирования. |
| Ctrl+K+подстрока (Esc-a-Esc) | Вызов списка ключевых слов, содержащих данную подстроку. Символ a. |
| (Esc-b-Esc) | Символ b. |
| (Esc-p-Esc) | Символ p. |
| Команда | Действие |
| Out[номер] | Обращение к выходной ячейке с указанным номером. |
| % | Обращение к предыдущей выходной ячейке |
| N[выражение, целое число] | Преобразование выражения в десятичную дробь. Необязательный параметр - целое число - общее количество знаков результата. |
| Clear | Очистка переменных. |
| /. | Операция подстановки. |
| Plot | Построение графика. |
| Plot3d | Построение графика в пространстве |
| Show | Отображает графики, являющиеся аргументами, на одной координатной плоскости. |
| FindRoot | Нахождение корня уравнения. |
| Sqrt | Квадратный корень |
| Solve | Нахождение всех корней уравнения. |
| <<Statistics`Master | Вызов модуля статистических расчетов. |

Лабораторная работа №1 (2 часа) «Построение графиков функций в WolframAlpha»

Цель: научиться строить графики функций в пространстве и на плоскости, используя математический пакет Wolfram Alpha.

Ход работы:

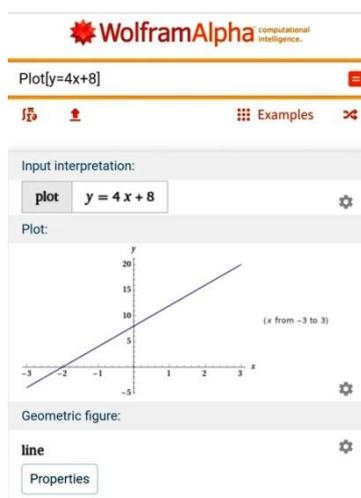
Задание 1. Построение графиков линейных функций на плоскости и в пространстве.

1. Построить график функции, заданный линейным уравнением вида $y = kx + m$. Для построения графиков линейных функций используется функция Plot.

$$y = 4x + 8$$

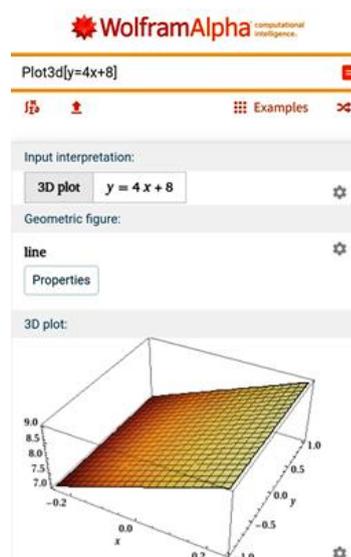
$$\text{Plot}[y = 4x + 8]$$

$$x = -2$$



2. Построить трехмерный график линейной функции $y = 4x + 8$, используя команду Plot3d.

$$\text{Plot3d}[y = 4x + 8]$$



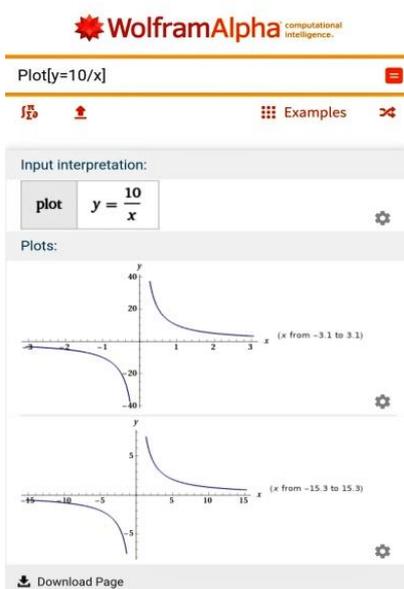
3. Самостоятельно построить графики функций, используя команды Plot и Plot3d.

Примеры для решения: а) $y = 8x + 6$; б) $y = -3x + 9$; в) $y = -4x - 6$.

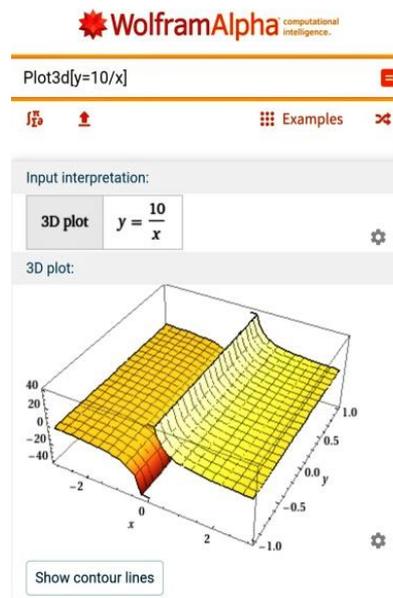
Задание 2. Построение графиков функций вида $y = \frac{k}{x}$ на плоскости и в пространстве.

1. Построить график функции $y = \frac{10}{x}$ с помощью запроса Plot и Plot3D.

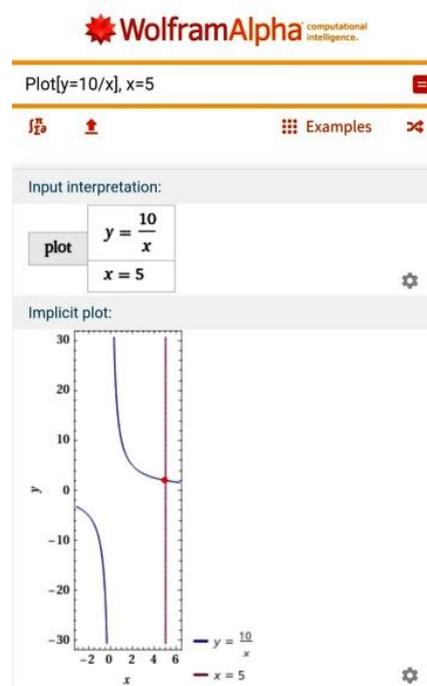
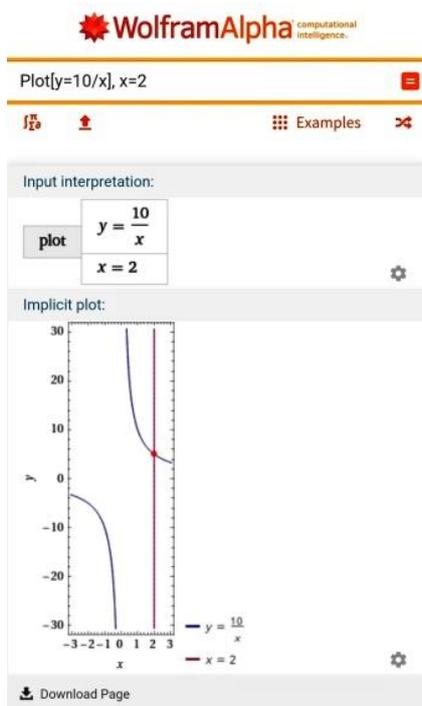
Plot[y = 10/x]

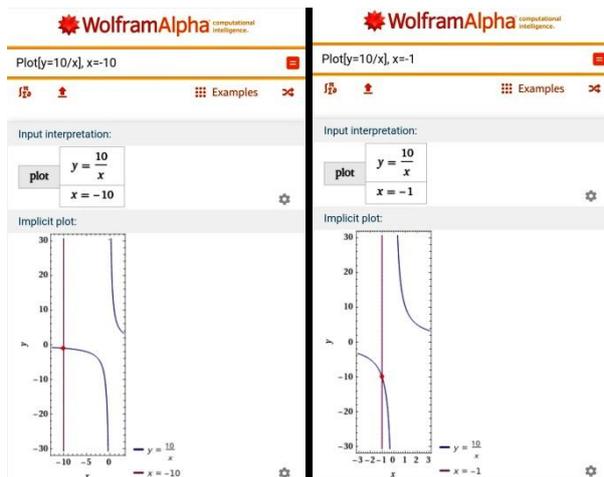


Plot3D[y = 10/x]

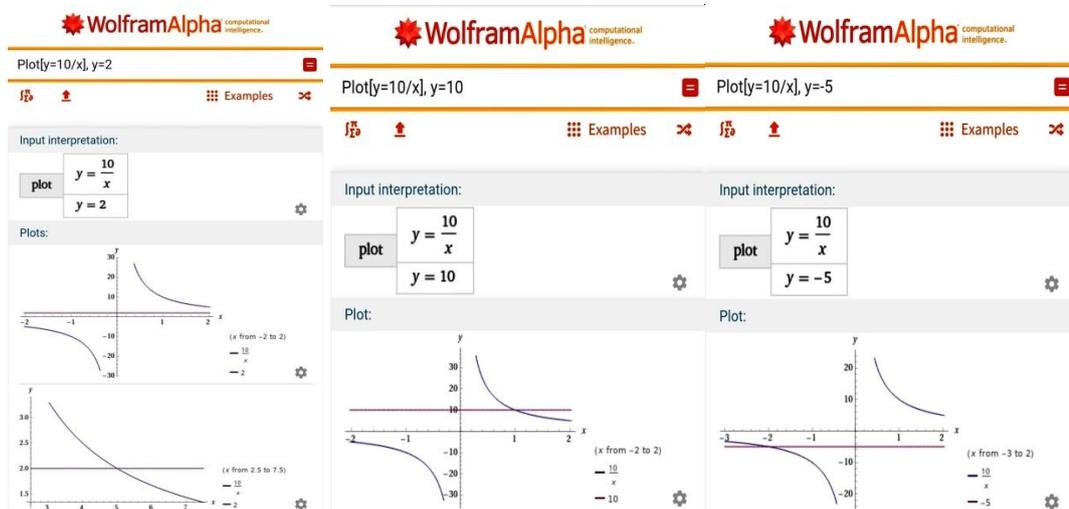


2. Построить график функции $y = \frac{10}{x}$, при $x = 2$, $x = 5$, $x = -10$, $x = -1$.





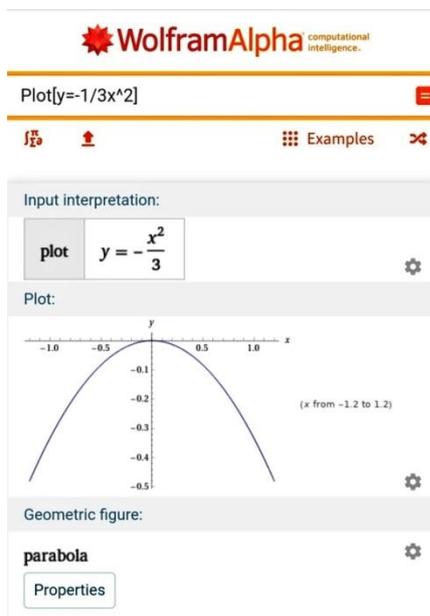
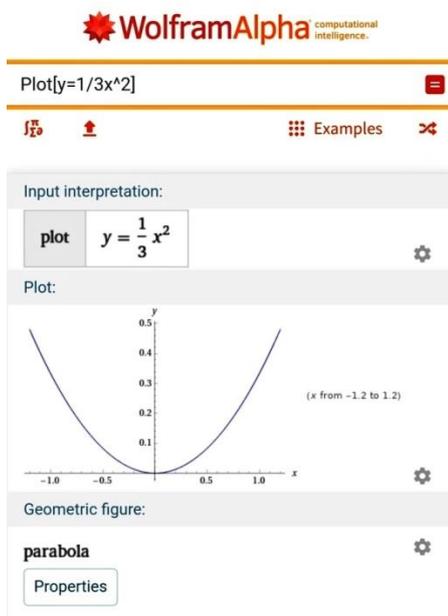
3. Построить график функции $y = \frac{10}{x}$, при $y = 2$, $y = 10$, $y = -5$.



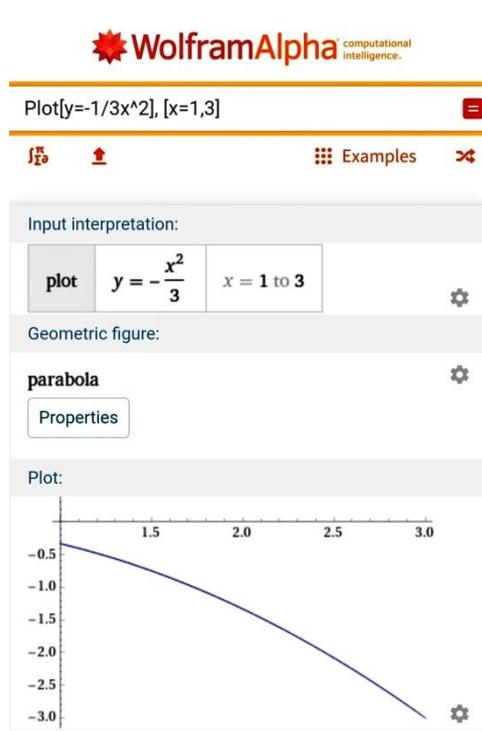
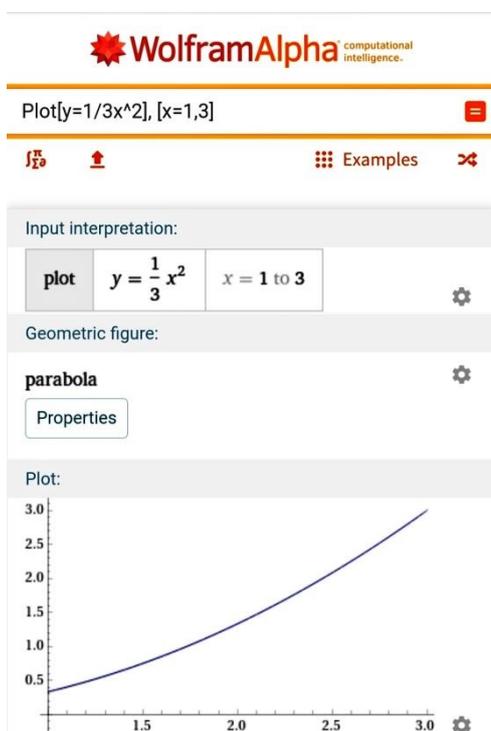
4. Самостоятельно построить графики $y = \frac{8}{x}$, $y = -\frac{8}{x}$ используя команды Plot и Plot3D. Значение x выбрать произвольно.

Задание 3. Построение графиков функций вида $y = x^2$ на плоскости и в пространстве.

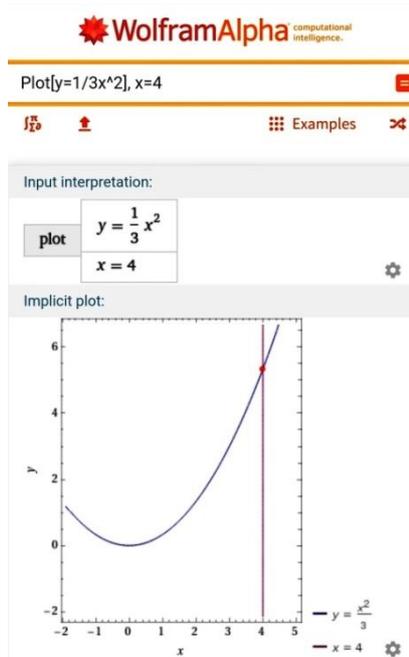
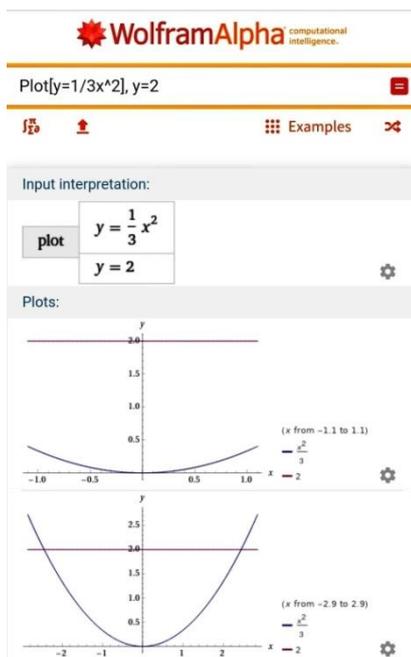
1. Построить график функции $y = \frac{1}{3}x^2$ с помощью запроса Plot и преобразовать симметрию относительно оси X с помощью функции $y = -\frac{1}{3}x^2$.



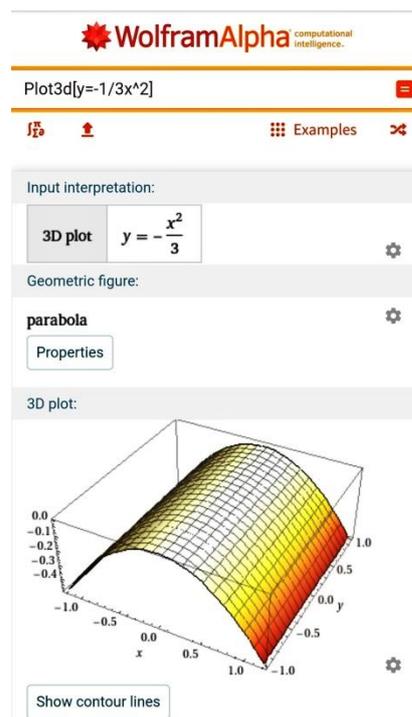
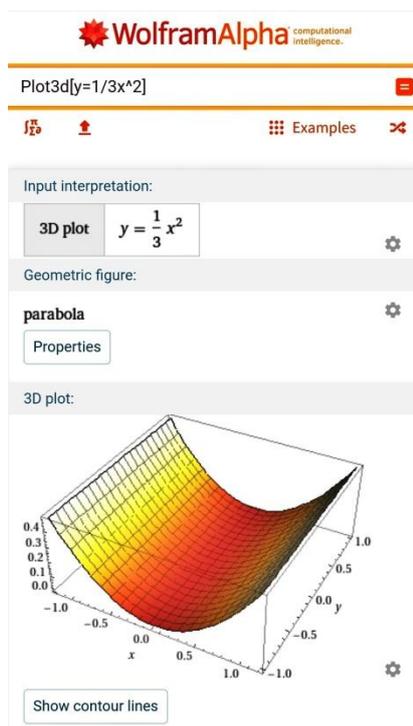
2. Задать значение x в диапазоне от 1 до 3.



3. Найти точки пересечения при $y=2$, при $x=4$



4. Построить трехмерное изображение функции $y = \frac{1}{3}x^2$ и $y = -\frac{1}{3}x^2$ с помощью команды и Plot3D.



5. Самостоятельно построить график функции $y = -4x^2$ на плоскости и в пространстве. Найти точки пересечения при $y = 2, y = -2; x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$.

РЕЦЕНЗИЯ

на статью И.А. Горбачева

«Прикладная среда математического пакета Wolfram Mathematica (Wolfram Alpha) на уроках алгебры 7 и 8 классов»

Класс статьи: оригинальное научное исследование.

Актуальность:

Настоящая работа посвящена актуальным вопросам исследования математического пакета Вольфрам Математика. Научная деятельность тесно связана с использованием компьютера и информационных технологий обработки информации, но на уроках математики использование компьютеров ограничено, а это лишает предмет новых возможностей.

Оценка достоверности представленных результатов:

Автор выявляет основные возможности математического пакета Wolfram Mathematica. Подробно рассмотрены варианты построения графиков функций, решение квадратных уравнений и решение систем уравнений с двумя переменными в соответствии с программой по алгебре. Достоверность полученных результатов обусловлена творческим подходом автора, его основательной методологической базой, непротиворечивыми выводами по теме исследования.

Практическая значимость:

Результаты проведенного исследования могут быть использованы в школьном курсе алгебры при решении большого числа задач, в том числе для проверки домашнего задания и на факультативах по математике.

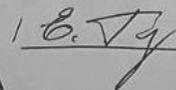
Формальная характеристика статьи:

Статья построена традиционно, включает актуальность с формулировкой цели исследования, раздел описания полученных результатов информативен, содержит ссылки на информацию в современной научной литературе. Стиль изложения последовательный, не требует правки, сокращения.

Общее заключение:

Статья актуальна, обладает научной и практической новизной, рекомендуется для печати.

Рецензент: ст преподаватель кафедры ИВС ФГБОУ ВО «ПГУ» Голобокова Е.М.

 /Голобокова Е.М./
