

Управление образования города Пензы

МБОУ ГИМНАЗИЯ № 44 г. ПЕНЗЫ

**Детский экскаватор
как механизм шарнирного параллелограмма
для сложения двух постоянных по модулю векторов**

Проектно-исследовательская работа

Секция «Математика»

Автор:

Е.С. Кучеренко, ученик 7 «А» класса

Руководитель:

Д.А. Рожкова, учитель математики

Научный руководитель:

М.В. Сорокина, доцент ПГУ

Пенза, 2021

Содержание

Введение.....	2
1 Теоретическая часть.....	3
1.1 Выбор модели детского экскаватора.....	3
1.2 Шарнирно-рычажный механизм, лежащий в основе конструкции детского экскаватора.....	5
1.3 Возможности интерактивной среды GeoGebra.....	6
2 Практическая часть.....	7
2.1 Построение модели детского экскаватора в программе GeoGebra.....	7
2.2 Основных характеристики детского экскаватора.....	7
2.3 Сложение векторов на шарнирно-рычажном механизме.....	11
Заключение.....	14
Список используемой литературы.....	15

Введение

Тема проекта появилась неожиданно. Приближался день рождения моего младшего брата. Он увлекается экскаваторами и всегда просит подарить ему новую модель экскаватора. Так появилась идея смастерить своими руками детский экскаватор. После того как я попробовала сделать уменьшенную копию, стало понятно, что это достаточно сложный механизм, и он может быть изучен с точки зрения механики, математики и физики. А изготовленная модель детского экскаватора станет достойным экспонатом в музее занимательной науки, который есть в нашей гимназии.

Объект исследования: шарнирно-рычажный механизм, лежащий в основе детского экскаватора.

Предмет исследования: основные характеристики и математический функционал шарнирно-рычажного механизма, лежащего в основе детского экскаватора.

Целью работы: изготовить макет шарнирно-рычажного механизма (детский экскаватор), выполняющего операцию сложения векторов, для музея занимательных наук гимназии.

Исходя из поставленной цели, мною были определены следующие **задачи**:

- определить вид шарнирно-рычажного механизма, который лежит в основе конструкции детского экскаватора,
- построить интерактивную модель детского экскаватора в программе GeoGebra,
- на основе модели изучить основные характеристики детского экскаватора и его математический функционал,
- изготовить модель детского экскаватора для музея занимательных наук гимназии,
- разработать информационную табличку экспоната.

Актуальность темы исследования

Конструкция детского экскаватора является шарнирно-рычажным механизмом. Такие механизмы были очень популярны в конце XX века, было разработано большое количество таких механизмов. С тех времен многое изменилось. Например, появились компьютерные программы, с помощью которых можно смоделировать механизм и изучить его свойства. Актуальность нашего проекта заключается в том, что мы изучаем старинный механизм с помощью современных технологий. Изготовленная модель демонстрирует математическую операцию сложения векторов на простейшем шарнирно-рычажном механизме, а значит является полезным экспонатом для музея занимательных наук.

1 Теоретическая часть

1.1 Выбор модели детского экскаватора

Для реализации, поставленной передо мной цели, изначально необходимо было определиться с моделью внешнего вида детского экскаватора. Для этого в Internet были рассмотрены разные модели детских экскаваторов, представленные на Рисунках 1-11.

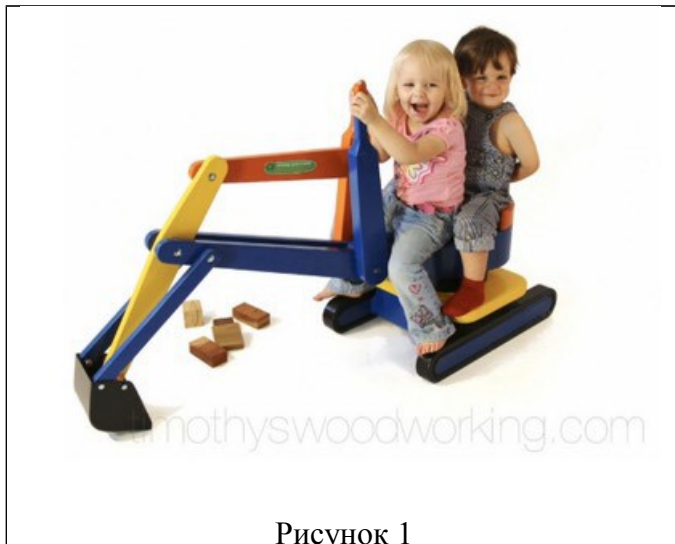


Рисунок 1



Рисунок 2



Рисунок 3



Рисунок 4



Рисунок 5



Рисунок 6



Рисунок 7



Рисунок 8

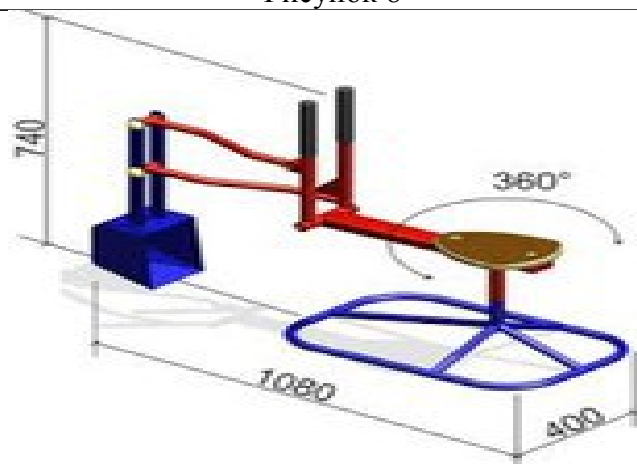


Рисунок 9

Рисунок 10



Рисунок 11

В качестве модели изготовления был выбран детский экскаватор, представленный на рисунке 11.

1.2 Шарнирно-рычажный механизм, лежащий в основе конструкции детского экскаватора

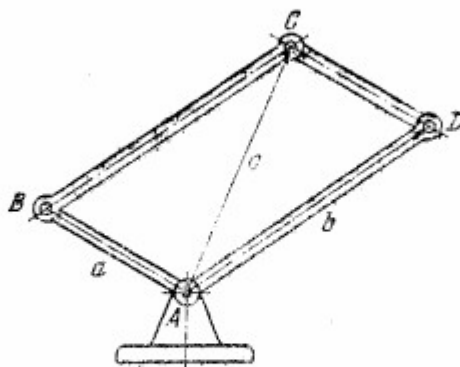
На следующем этапе проекта нужно было выяснить, какой простейший механизм лежит в основе выбранной модели.

При изучении научной литературы выяснилось, что конструкция детского экскаватора является шарнирно-рычажным механизмом. В конце XX века, было разработано большое количество таких механизмов. До сих пор ученые из разных областей науки исследуют механизмы Чебышева, Уатта, Робертса, Эванса, Дежонжа и др.

В шарнирно-рычажных механизмах жесткие звенья типа стержней, рычагов соединяются вращательными и поступательными кинематическими парами. Шарнирно-рычажные механизмы применяются для преобразования вращательного или поступательного движения в любое движение с требуемыми параметрами. Наибольшее распространение получили плоские четырехзвенные механизмы с тремя подвижными и одним неподвижным звеном. Наш механизм состоит из четырех подвижных звеньев.

Подробную классификацию таких механизмов я нашла в книге Артоболевского И.И. «Механизмы в современной технике» том 1 [1]. Наиболее близким к конструкции детского экскаватора является шарнирно-рычажный механизм, представленный на рис. 12.

704	МЕХАНИЗМ ШАРНИРНОГО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА ДЛЯ СЛОЖЕНИЯ ДВУХ ПОСТОЯННЫХ ПО МОДУЛЮ ВЕКТОРОВ	ШР
		МО



Длины звеньев механизма удовлетворяют условиям: $AB = DC$, $BC = AD$. Механизм представляет собой шарнирный параллелограмм $ABCD$, две соседние стороны которого являются складываемыми векторами, соответствующая же им диагональ дает суммарный вектор $a + b = c$.

Рисунок 12

Если к рычагу b жестко приварить перпендикулярный рычаг d для поворота рычага b на различные углы, рычаг a продлить влево вверх, а рычаг CD продлить вправо вниз и приварить к нему ковш, то получится конструкция детского экскаватора (рис. 13).

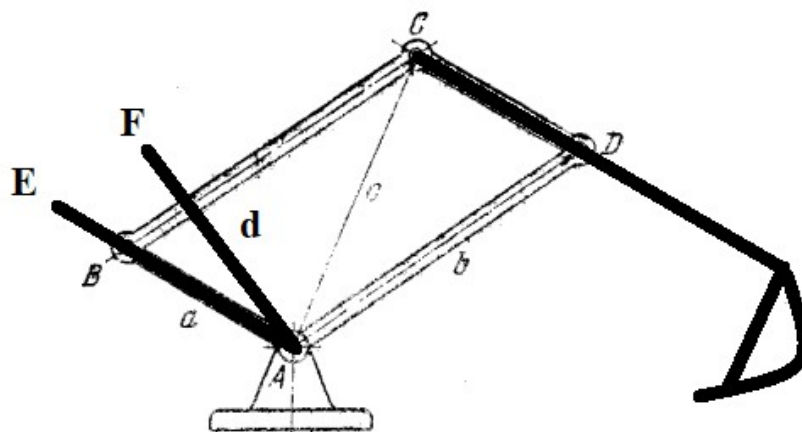


Рисунок 13

Со времен изобретения первых шарнирно-рычажных механизмов многое изменилось. В частности появились компьютерные программы, с помощью которых можно смоделировать механизм и изучить его свойства.

1.3 Возможности интерактивной среды GeoGebra

В последнее время для преподавания различных предметов в школе все чаще используются программные продукты, профессионального и образовательного назначения. Существует достаточно большое количество программных продуктов, актуальных для изучения математики [2]. Конечно ни один современный программный продукт, предназначенный для математических вычислений, не может считаться универсальным, поэтому возникает вопрос о целесообразности использования той или иной математической программы.

Среди основных классов математических пакетов можно выделить такие программные продукты, как:

- программы больше предназначенная для выполнения числовых и символьных вычислений: Maple, Mathematica, MatLab, Mathcad;
- интерактивные геометрические программы: GeoGebra, «Живая математика», «Математический конструктор»;
- специализированные математические программы.

На уроках математики мы часто используем программу GeoGebra. Идея программы заключается в интерактивном сочетании геометрического, алгебраического и числового представления [3]. У нее достаточно большие возможности и дружелюбный интерфейс. Поэтому для построения модели детского экскаватора я выбрала именно этот программный продукт.

Данный программный продукт позволяет:

- выполнять и геометрические построения модели детского экскаватора,
- создавать визуальный образ движения детского экскаватора,
- изучать такие свойства механизма, которые нельзя выявить аналитически.

Таким образом, GeoGebra позволит выполнить наглядное изображение модели движения детского экскаватора, что в свою очередь ускорит процесс решения поставленных в данной работе передо мной задач. Моделирование и наблюдение за процессом изменения при движении рычагов детского экскаватора с помощью интерактивной геометрической среды GeoGebra позволит изучить основные характеристики детского экскаватора и его математический функционал.

2 Практическая часть

2.1 Построение модели детского экскаватора в программе GeoGebra

Построим выбранную модель детского экскаватора при помощи программного продукта GeoGebra. Рычаги a, b, d построены как отрезки с соответствующими названиями. Движение рычагов обеспечивается в модели тем, что концы этих рычагов — точки E и F движутся по окружностям с центром в точке A. Ковш я рисовать не стала, движение ковша совпадает с движением точки H. На представленной модели (рис. 14) длина рычага a=3, длина рычага b=7, длина рычага DH=3.

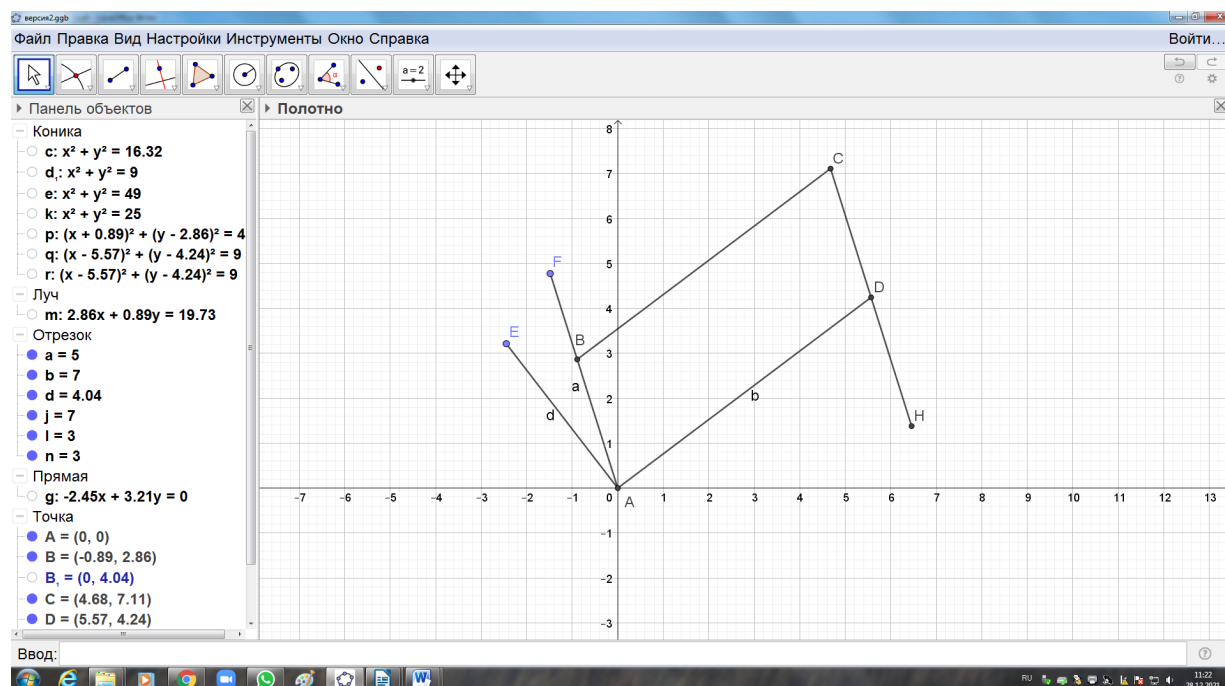


Рисунок 14.

2.2 Основных характеристики детского экскаватора

Построенная интерактивная модель позволила провести несколько наблюдений и изучить некоторые свойства детского экскаватора и его математический функционал.

Наблюдение № 1.

При изменении положения рычага а (точка F движется по окружности) без изменения положения рычага d, точка H («ковш») движется по полуокружности с центром в точке D (рис. 15).

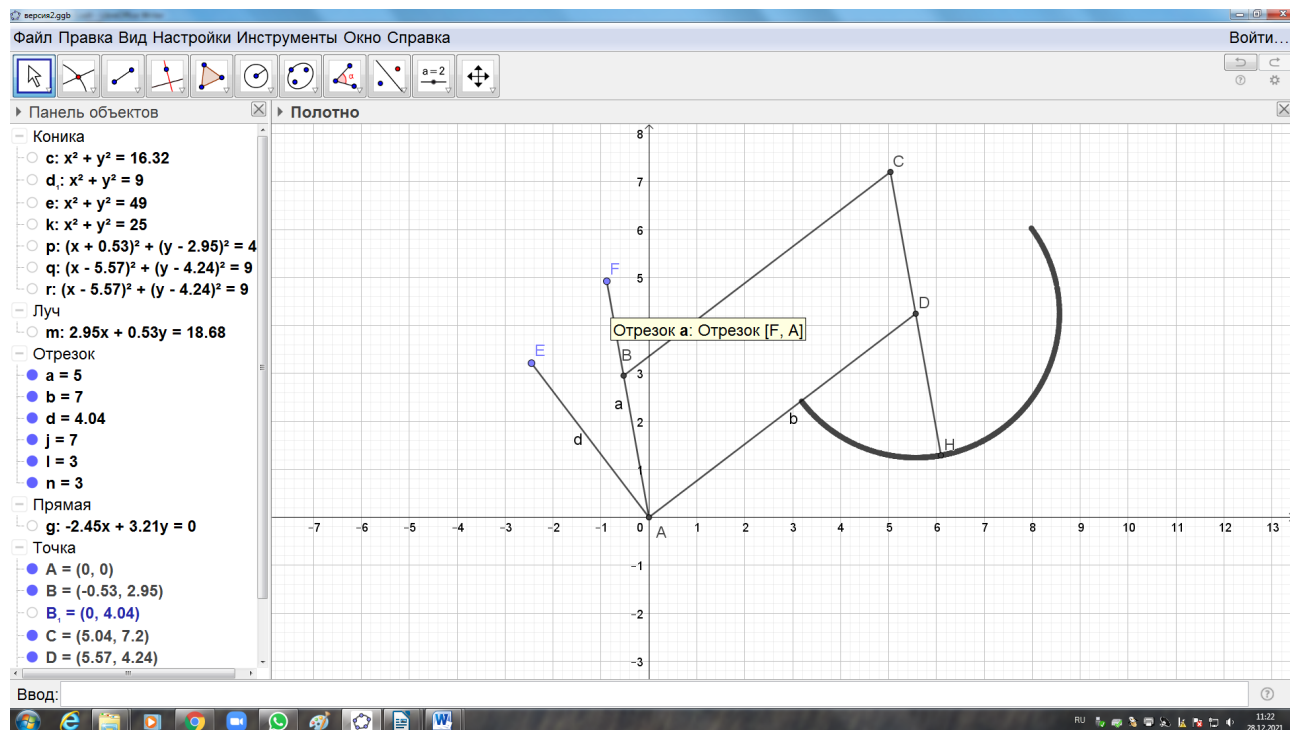


Рисунок 15

Наблюдение № 2

При изменении положения рычага d (точка E движется по окружности) без изменения положения рычага a, точка H описывает сложную траекторию, которая похожа на кардиоиду (рис. 16).

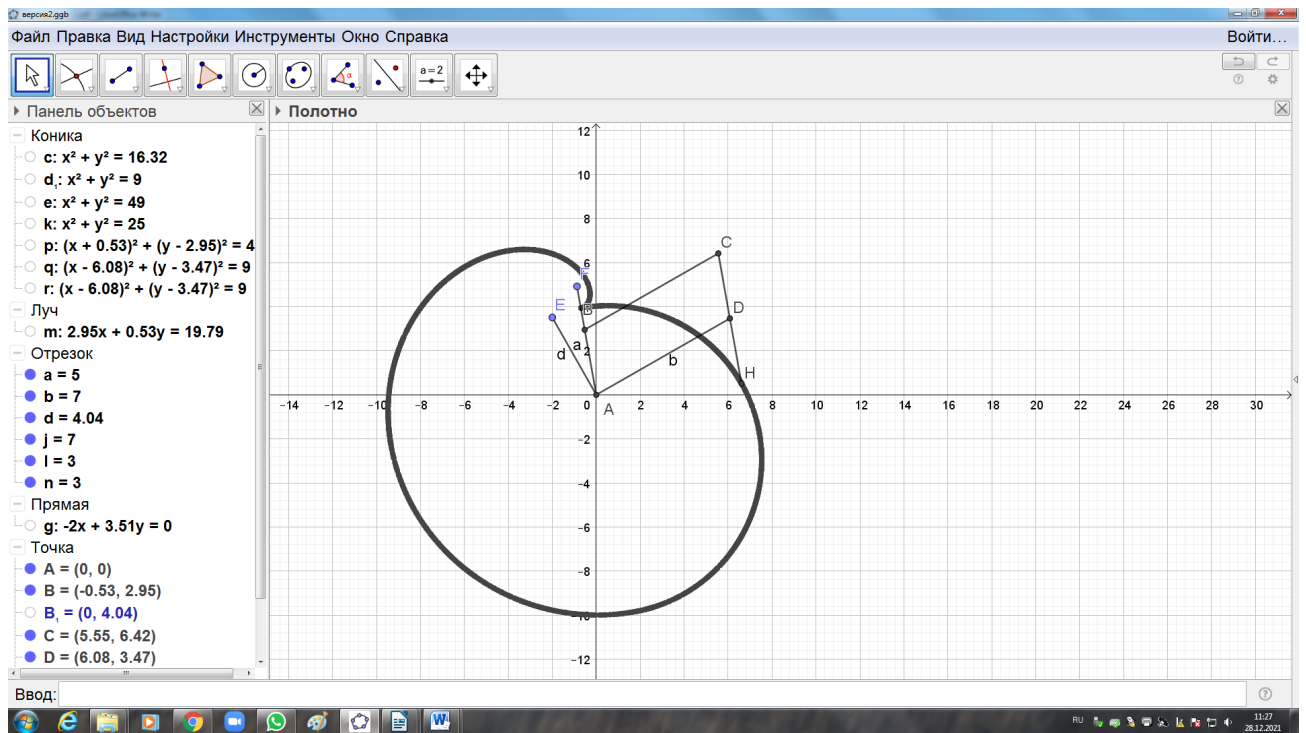


Рисунок 16

«Угол» на траектории движения точки Н возникает, когда BC, AD, AF находятся на одной прямой (рис. 17).

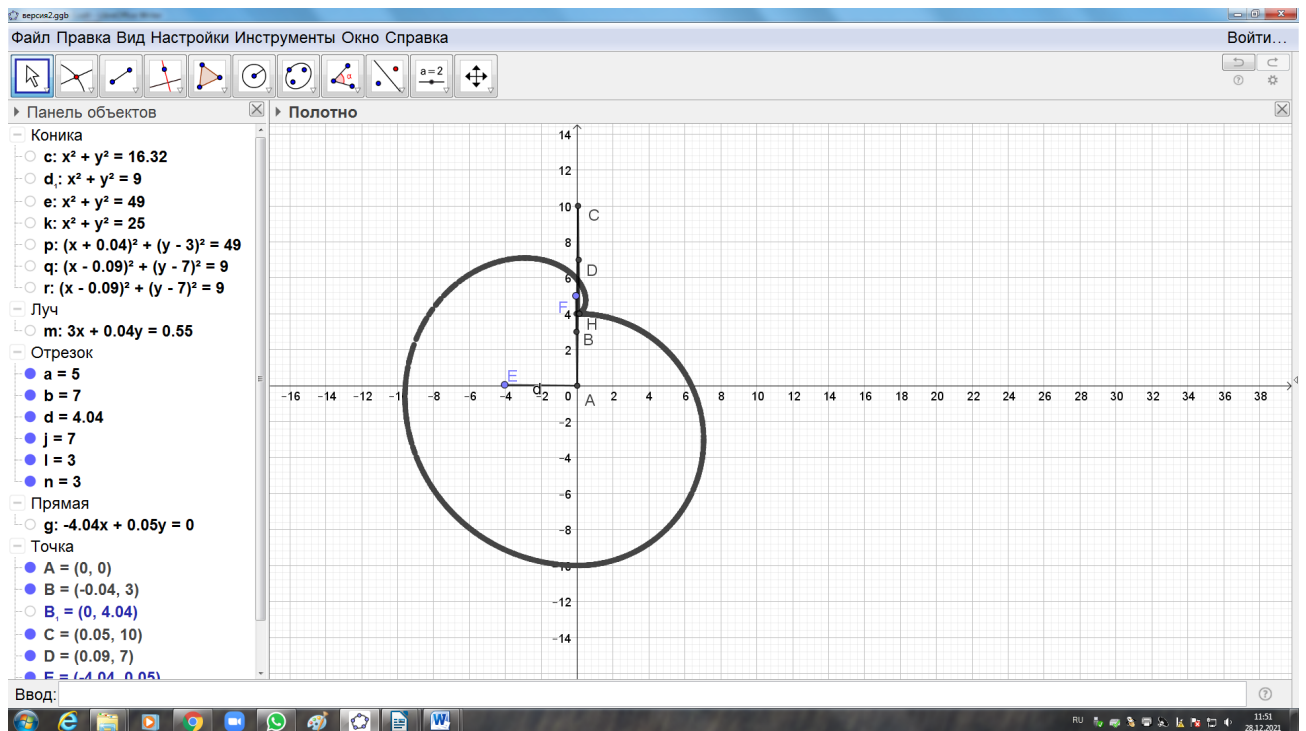


Рисунок 17

Наблюдение № 3.

При попеременном изменении рычагов a и d можно увидеть имитацию работы экскаватора: нижняя дуга — экскаватор загребает землю, средняя дуга, экскаватор поднимает ковш, верхняя дуга, экскаватор высыпает землю (рис. 18).

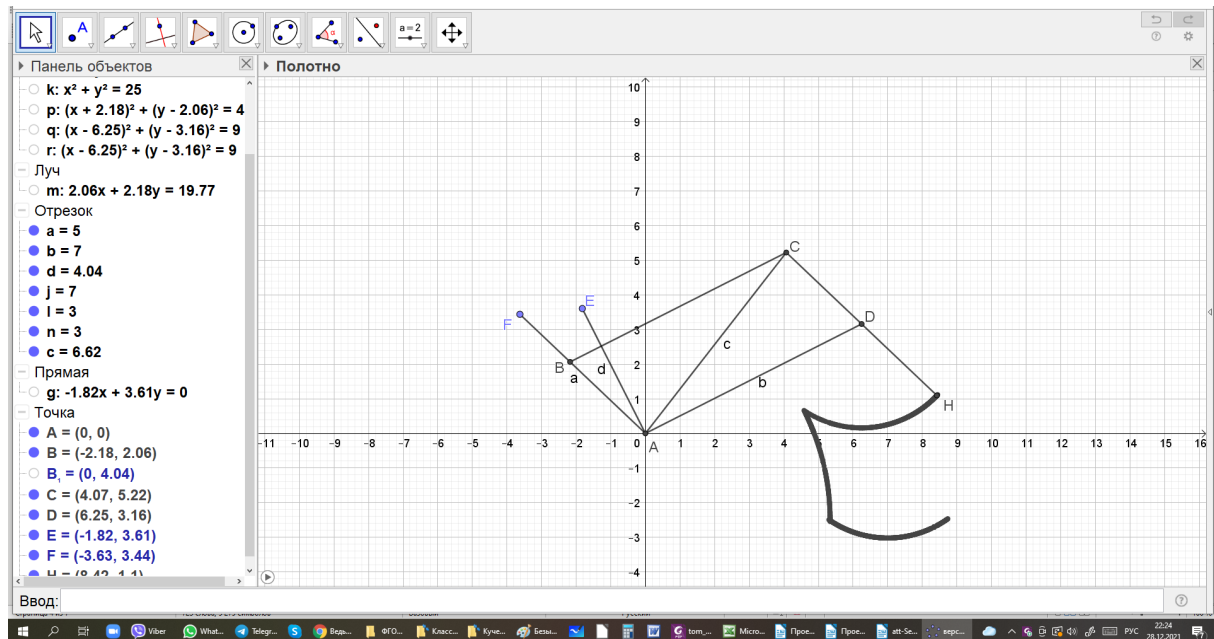


Рисунок 18

Наблюдение № 4.

При попеременном изменении рычагов a и d можно найти следующие характеристики.

а) Дальность вылета ковша — 10 (рис. 19).

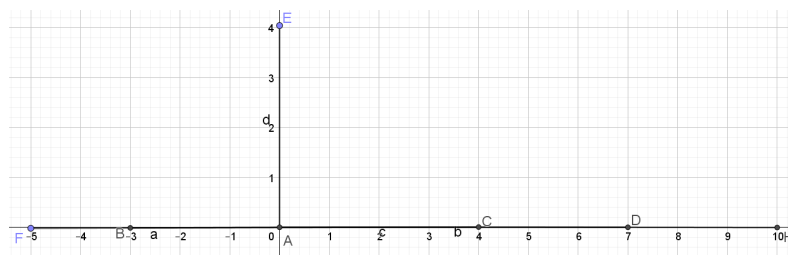


Рисунок 19

б) Глубина копания — 10 (рис. 20).

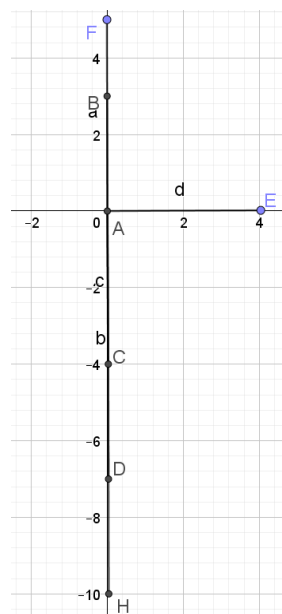


Рисунок 20

в) Высота копания — 7 (рис. 21).

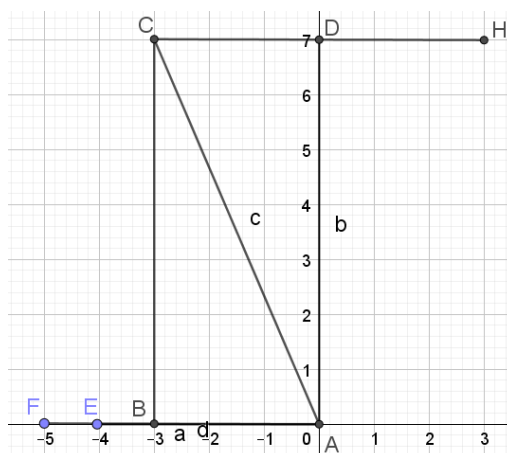


Рисунок 21

2.3 Сложение векторов на шарнирно-рычажном механизме

Когда я искала механизм, который лежит в основе выбранной модели детского экскаватора, я внимательно изучила I том книги «Механизмы в современной технике» И.И.Артоболевского [1]. Шарнирно-рычажный механизм, который больше всего подошёл, называется в этой книге «Механизм шарнирного параллелограмма для сложения двух постоянных по модулю векторов». Мне стало интересно что такое векторы и как они складываются. Я изучила главу IX «Векторы» в учебнике по геометрии (Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутусов, С.Б.Кадомцев и др.) [4]. Вектор — это направленный отрезок. Сложить два вектора можно по правилу треугольника и по правилу параллелограмма (рис. 22).

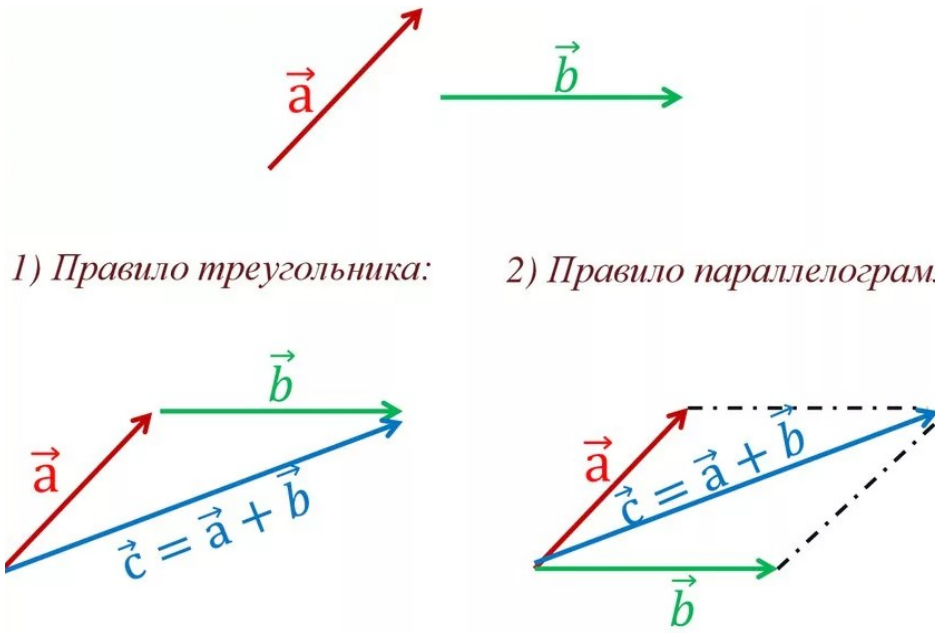


Рисунок 22

Таким образом, построенная модель складывает вектор \vec{AB} и \vec{AD} . Вектор суммы в нашей модели — длинная диагональ параллелограмма \vec{AC} . Интересно проследить траекторию движения конца вектора при изменении положения рычага a и d . Это полуокружности с центром в точке D и с центром A соответственно.

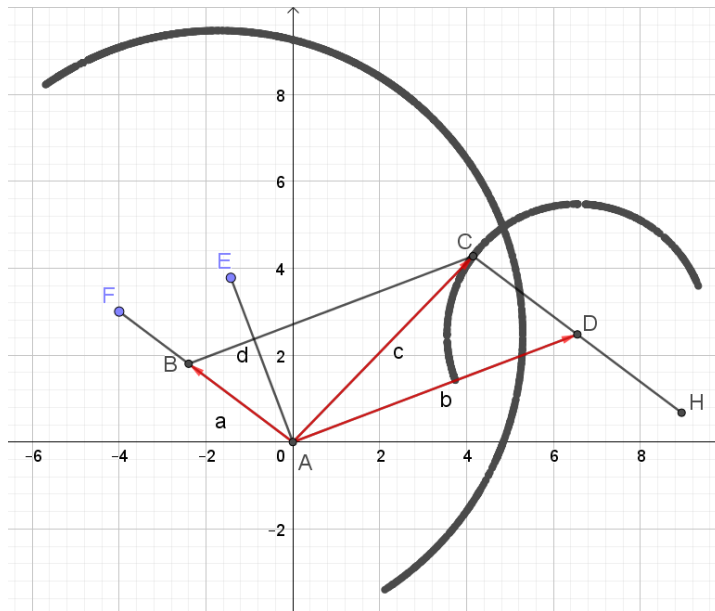


Рисунок 23

2.3 Детский экскаватор как экспонат музея занимательных наук

Изучив все свойства механизма, лежащего в основе детского экскаватора, стало понятно, что реальная модель может стать экспонатом музея занимательных наук. Пробную модель экспоната мы сделали из ПВХ панели и крепежных винтов, фотография на рисунке 24.



Рисунок 24

В дополнение к экспонату была разработана информационную табличка, которая рассказывает про этот экспонат, следующего содержания:

Название экспоната: «Механизм шарнирного параллелограмма для сложения двух постоянных по модулю векторов»

Описание экспоната: «Конструкции многих технических устройств являются шарнирно-рычажными механизмами. Представленная модель – один из примеров конструкции детского экскаватора, в основе которого лежит механизм шарнирного параллелограмма для сложения двух постоянных по модулю векторов. При изменении положения рычага a и рычага d мы можем увидеть, как меняется угол между векторами a и b , а значит и их сумма. Длины векторов при этом остаются неизменными.»

Заключение

В процессе работы над проектом, были затронуты неожиданные аспекты темы. Выбранная модель детского экскаватора, оказалась достаточно сложным механизмом, который может быть изучен с точки зрения механики, математики и физики. А изготовленная модель детского экскаватора оказалась достойным экспонатом в музее занимательной науки, который есть в нашей гимназии.

В теоретической части исследования было выяснено, что в основе детского экскаватора лежит шарнирно-рычажный механизм. Была выбрана математическая программа GeoGebra для компьютерного моделирования этого механизма. Параллельно выяснилось, что шарнирно-рычажный механизм, лежащий в основе детского экскаватора, выполняет математическую операцию сложения векторов постоянной длины.

В практической части исследования была построена модель шарнирно-рычажного механизма, лежащего в основе детского экскаватора в программе GeoGebra. С помощью этой модели были выяснены основные характеристики механизма, траектории движения некоторых узлов. Также был изготовлен макет шарнирно-рычажного механизма (детский экскаватор), выполняющего операцию сложения векторов, для музея занимательных наук гимназии, разработана информационная табличка экспоната.

Цель проекта достигнута, поставленные задачи выполнены. В ходе исследования я пришла к нескольким выводам. Во-первых, шарнирно-рычажные механизмы не потеряли актуальности и в наши дни, с применением компьютерного моделирования можно изучать их свойства по-новому. Во-вторых, даже простые механизмы могут выполнять математические операции и выступать в качестве экспонатов музея занимательных наук.

Список используемой литературы

1 Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике. Справочное пособие. В 7 томах. Т. I: Элементы механизмов. Простейшие рычажные и шарнирно-рычажные механизмы. – 2-е изд., переработанное. – М «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1979 - 496 с.

2 Кравченко Г.В., Лаврентьев Г.В. Применение новых информационных технологий в обучении студентов математических направлений и специальностей // Педагогическое образование на Алтае. - 1999. - № 1. - С. 414-416.

3 Д.А. Чернышева, Г.В. Кравченко // Возможности применения интерактивной среды GeoGebra в обучении студентов математическим дисциплинам.

4 Анатасян Л.С. Геометрия. Учебник для общеобразовательных организаций. 7- 9 классы. 2-е издание. Москва- Просвещение – 2014 – 386 с.

Рецензия на научно-исследовательскую работу по математике

Тема: «Детский экскаватор как механизм шарнирного параллелограмма для сложения двух постоянных по модулю векторов», которую выполнила обучающаяся 7 класса Кучеренко Елизавета Сергеевна.

В данной работе рассматривается частная конструкция детского экскаватора, которая представляет собой простейший шарнирно-рычажный механизм. Его свойства изучаются на интерактивной модели, построенной автором работы в программе GeoGebra. Практическая часть содержит изготовление рассматриваемой конструкции как экспоната музея занимательных наук.

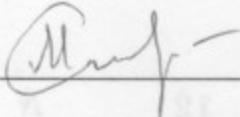
Работа имеет четкую структуру и состоит из введения, теоретической части, практической части, заключения и списка литературы. Оформление работы в целом соответствует общепринятым требованиям.

Во введении Кучеренко Елизавета объяснила актуальность работы, четко сформулировала цель, заострила внимание на постановке конкретных задач. В своей теоретической части работы автор выясняет, какой шарнирно-рычажный механизм лежит в основе выбранной конструкции детского экскаватора. Обосновывает выбор программы GeoGebra для моделирования этой конструкции. В практической части автор приводит результат моделирования механизма в программе GeoGebra и выясняет основные характеристики конструкции. Так как рассматриваемый механизм оказался устройством, которое демонстрирует сложение постоянных по модулю векторов, автор изготавливает макет для музея занимательных наук своей школы.

Список литературы включает несколько источников оформленных в соответствии с требованиями. Наличие ссылок в тексте показывает умение работать с научной литературой.

В целом работа заслуживает положительной оценки.

30.12.2021

Рецензент:  к.ф.-м.наук Сорокина М. А.

