

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
Кривошеевская средняя общеобразовательная школа

II РЕГИОНАЛЬНЫЙ ФЕСТИВАЛЬ ТВОРЧЕСКИХ ОТКРЫТИЙ И ИНИЦИАТИВ «ЛЕОНАРДО»

«Математика»

Исследовательская работа

«Математические фокусы»

Автор: Заказнов Даниил Вадимович
обучающийся 5 класса

Руководитель: Мустафаева Феруза Аскарровна
учитель математики
без квалификационной категории

Кривошеевка
2022 г.

Содержание

Введение.....	3
Глава 1. Математический фокус.....	6
1.1. Что такое фокус?.....	6
1.2. История возникновения математически фокусов.....	6
1.3. Виды математических фокусов.....	8
Глава 2. Копилка математических фокусов.....	8
Глава 3. Экспериментальная часть.....	15
Заключение	17
Список использованных источников	18

ВВЕДЕНИЕ

"Предмет математики настолько серьезен,
что полезно не упускать случаев делать его
немного занимательным».

(Б. Паскаль)

Мы все привыкли, что основными инструментами фокусника являются карты, шарики, бумага, разнообразные животные и даже люди, но однажды я узнала, что инструментом фокусника могут быть простые числа! Такие фокусы называются математическими.

Математические фокусы – это эксперименты, основанные на математике, на свойствах фигур и чисел, и лишь обличенные в интересную форму. И понять суть того или иного эксперимента – это значит понять пусть небольшую, но математическую закономерность. Миллионы людей во всех частях света увлекаются математическими фокусами. И это не удивительно. “Гимнастика ума” полезна в любом возрасте, она тренирует память, обостряет сообразительность, вырабатывает настойчивость, способность логически мыслить, анализировать и сопоставлять.

Удивлять друзей и знакомых с помощью знаний некоторых математических закономерностей очень просто. Да еще и чрезвычайно интересно! Я решила примерить на себя роль волшебника и попытаться разобраться в тайнах некоторых математических фокусов.

Цель работы:

Целью данной работы является исследование математических фокусов

Объект исследования:

Математические фокусы, основанные на свойствах чисел, действий, математических законах, уравнениях.

Задачи:

Для достижения данной цели необходимо решить следующие поставленные задачи:

- Используя литературу, изучить виды математических фокусов, выбрать из них наиболее интересные и увлекательные.
- Провести практическую работу с использованием выбранных математических фокусов по обоснованию математических доказательств секрета действия фокуса.
- Пользуясь освоенными «секретами» готовых фокусов, придумать свои фокусы и проверить их в действии.

Методы исследования

Изучение теории по выбранной теме, анализ литературы, практическое применение знаний, умений и навыков.

Актуальность проблемы

Некоторые учащиеся считают математику и её законы скучными, другие считают, что математика имеет мало практического применения в повседневной жизни, третьи вообще не имеют желания связывать свою жизнь с математикой и поэтому считают, что им не за чем её изучать. Поэтому существует необходимость в повышении внимания учащихся к изучению математики через её занимательные аспекты.

Гипотеза

Можно предположить, что если привлечь внимание обучающихся к математическим фокусам, то тем самым получится заинтересовать их в изучении предмета математики, способствовать развитию навыков устного счета для демонстрации и выполнения математических фокусов.

Практическая значимость

Практическая значимость этого исследования заключается в следующем: в результате привлечения внимания обучающихся к математике должна повыситься их заинтересованность в данном предмете, что, несомненно, должно повысить успеваемость учащихся.

Глава 1. Математический фокус

1.1. Что такое фокус?

Фокус или иллюзионное искусство - один из видов деятельности человека. В основном - это выступления артистов в виде концертных номеров, аттракционов, спектаклей и шоу.

Иллюзионное искусство привлекает зрителей своей фантастичностью происходящего на сцене. Зритель сам может убедиться в том, что на сцене происходит невероятное, невозможное действие. Показывая и наблюдая фокусы, люди развлекаются. Но не только. Один человек создал фокус, другие удивляются ему, пытаются разобраться в фокусе, понять его и добраться до истины. Действия фокусника, на самом деле, не представляют собой чего-то необыкновенного, сверхъестественного. Они просты, естественны и логичны, но зрителю они представляются невероятными потому, что фокусник применил приём, в результате чего зритель сам сделал ошибочный вывод и поверил в него. Не всё, что летает — самолёт. Так и в фокусах. Не всё, что непонятно — обязательно фокус.

1.2. История возникновения математических фокусов

С глубокой древности людей интересовали мистические и загадочные вещи, иллюзионизм и магические искусства. Великие Тайны этих искусств были известны лишь избранным. Иллюзионисты и фокусники ревниво охраняли их, хорошо зная, что, чем не доступнее ключ к их таинствам, тем эти таинства более ценны.

Изначально фокусы использовали колдуны и знахари. Жрецы Вавилона и Египта создавали огромное количество уникальных трюков с помощью прекрасных знаний математики, физики, астрономии и химии. В перечень чудес исполняемых жрецами можно включить, например такие: раскаты грома, сверкание молний, сами собой раскрывающиеся двери храмов, появляющиеся вдруг из-под земли статуи богов, сами звучащие музыкальные инструменты и т. д.

Фокусники того времени заставляли исчезать и появляться драгоценности, в толпе у народа пропадало множество вещей и оказывалось в наличии у фокусника, при этом он все время был на виду. Ремесло фокусника могло караться смертью - в средневековой Европе фокусы считались колдовством и за это фокусники расплачивались своей жизнью.

В Россию иллюзионное искусство пришло из Византии.

Математические фокусы - очень своеобразная форма демонстраций математических закономерностей. В математических фокусах изящество математики соединяется с занимательностью.

Математические игры и фокусы появились вместе с возникновением математики, как науки. Первое упоминание о математических фокусах можно встретить в книге русского математика Леонтия Филипповича Магницкого, опубликованной в 1703 году. Одна глава книги содержала математические игры и фокусы. Сам математик пишет, что поместил эту главу в книгу для “утехи и особенно для изощрения ума учащихся”.

Все мы знаем великого русского поэта М.Ю. Лермонтова, но не каждому известно, что он был большим любителем математики, особенно, его привлекали математические фокусы, которых он знал великое множество, причем некоторые из них он придумывал сам.

Математические фокусы интересны именно тем, что каждый фокус основан на математических законах. Смысл их состоит в отгадывании чисел, задуманных зрителями, или в каких-нибудь операциях над ними. Главное — это то, что фокусник знает секрет: особые свойства чисел. Миллионы людей во всех частях света увлекаются математическими фокусами. И это не удивительно. “Гимнастика ума” полезна в любом возрасте. А фокусы тренируют память, обостряют сообразительность, вырабатывают настойчивость, способность логически мыслить, анализировать и сопоставлять. Еще в Древней Элладе без игр не мыслилось гармоническое развитие личности. И игры древних не были только спортивными. Наши предки знали шахматы и шашки, ребусы и загадки.

1.3. Виды математических фокусов

Существует большое разнообразие фокусов, основанных на применении математических правил и свойств чисел и действий над ними. Для некоторых из них требуются мелкие предметы: шашки, спички, фишки. Для других используются наборы для игр: игральные кости, домино, колода карт. Есть фокусы, проводимые с календарем, циферблатом часов или требующие специально подготовленных таблиц чисел или рисунков. Можно условно разделить математические фокусы на три вида:

1. *С мелкими предметами:*

- колода карт;
- игральные кости, домино;
- камешки.

2. *С непосредственными расчётами:*

- предсказывание результата;
- угадывание даты, номера;
- мгновенный устный счёт.

3. *С готовыми таблицами:*

- календарь;
- циферблат часов;
- таблицы рисунков или чисел.

В своей исследовательской работе я подробно рассмотрела секреты фокусов, связанных с непосредственными вычислениями в уме или на калькуляторе.

Глава 2. Копилка математических фокусов

2.1. Фокус на предсказывание результата действий над задуманным числом.

Фокус с запиской. Напишите на бумажке число 1089, вложите бумажку в конверт и запечатайте его. Затем предложите кому-нибудь написать на этом конверте любое трехзначное число, но такое, чтобы крайние цифры в нем были

различны и отличались друг от друга более чем на единицу. Пусть затем он поменяет местами крайние цифры и вычтет из большего трехзначного числа меньшее. В результате пусть он опять переставит крайние числа, и получившееся число прибавит к разности первых двух. Когда он получит сумму, предложите ему вскрыть конверт. Там он найдет бумажку с числом 1089, которое, к удивлению, и есть полученное им число.

Секрет этого математического фокуса.

Разность между любым трехзначным числом, полученным из него перестановкой крайних цифр, всегда делится на 99). Так как крайние цифры отличаются более чем на единицу, то эта разность обязательно будет трехзначным числом, обозначим ее $100k+10l+m$.

Имеем: $100k+10l+m=99k+(10l+m+k)$.

Так как разность делится на 99, то это равенство показывает, что обязательно: $10l+m+k=99$, откуда вытекает, что $l=9, m+k=9$. Число с переставленными крайними цифрами имеет вид $100k+10l+k$, и сумма равняется:

$$100k+10l+m+100m+10l+k=100(k+m)+20l+(m+k)=100\cdot 9+20\cdot 9+9=1089.$$

2.2. Угадывание даты события.

Объявите зрителям, что вы сможете угадать день рождения любого незнакомого человека, сидящего в зале.

- Вызовите любого желающего и предложите ему умножить на 2 число дня своего рождения.
- Затем пусть зритель сложит получившееся произведение и число 5,
- Теперь пусть умножит на 50 полученную сумму.
- К этому результату необходимо прибавить номер месяца рождения (июль — 7, январь — 1 и т.д.).

- Вслух назвать полученное число.

Через секунду вы называете день и месяц рождения зрителя.

Секрет этого математического фокуса.

Все очень просто. В уме от того числа, которое назвал зритель, отнимите 250.

У вас должно выйти трехзначное или четырехзначное число. Первая и вторая цифры — день рождения, две последние — месяц.

Пусть X -число, а Y -месяц Вашего рождения.

Составим уравнение: $(2X+5)*50+Y$.

Упростим: $100X+250+Y$.

В уме от того числа, которое назвал зритель, отнимаем 250 и получим:

$100X+Y$.

У нас должно выйти трехзначное или четырехзначное число. Два последних разряда занимает номер месяца рождения, а оставшиеся первые цифры (одна или две) - число Дня Вашего Рождения.

2.3. Быстрый подсчет в уме суммы многозначных чисел.

Вы просите кого-нибудь из зрителей написать в столбик два десятизначных числа (чем больше значение числа, тем эффектнее фокус), потом под ними пишете свое число подводите черту и мгновенно пишете ответ.

Секрет этого математического фокуса.

Когда вы пишете свое число, то выбираете его не произвольно - сумма каждой цифры этого числа должна составить с каждой цифрой числа зрителя 9. Таким образом, у вас получаются не три разных десятизначных числа, а числа, два из которых в сумме будут иметь число, состоящее только из девяток. А значит, вы мгновенно можете написать результат: надо просто переписать первое число зрителя и поставить передним единицу, а из последней цифры вычесть

единицу.

$$\begin{array}{r} \text{Пример: } 4563843274 \\ + 7498854231 \\ \hline 2501145768 \\ \hline = 14563843273 \end{array}$$

2.4. Фокус «Числа Фибоначчи».

Числа Фибоначчи – элементы числовой последовательности, в которой каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел.

Этот фокус демонстрируют так: показывающий просит кого-нибудь записать друг под другом два любых числа, какие он пожелает. Далее необходимо записать результат сложения этих чисел ниже (под ними). Далее складываются два последних числа, а результат записывается ниже. Допустим, для примера, были выбраны числа 8 и 5. Складываем их, получаем - 13. Найденное третье число складывается со вторым (стоящим над ним), и получается четвертое число. Этот процесс повторяют до тех пор, пока в вертикальном столбце не окажется десять чисел: 8, 5, 13, 18, 31, 49, 80, 129, 209, 338. Во время записывания чисел, показывающий стоит, повернувшись к зрителям спиной. Когда все числа будут записаны, он поворачивается, проводит под колонкой цифр черту и, не задумываясь, подписывает сумму этих чисел.

Секрет этого математического фокуса.

Обозначим первое число – X, второе – Y,

тогда 3-е число: $X+Y$

4-ое число: $Y+X+Y=2Y+X$

...

7-ое: $5X+8Y$

...

10-ое: $21X+34Y$

Сумма всех 10-и чисел равна: $55X+88Y=11*(5X+8Y)$, то есть нужно просто взять седьмое число в столбце и умножить его на 11 — операция, которую нетрудно проделать в уме.

В нашем случае седьмым числом будет 80, поэтому в ответе получится число 80, взятое 11 раз, т. е. 880.

2.5. Фокус “Угадать зачеркнутую цифру”.

Пусть кто-либо задумает какое-нибудь многозначное число, например, число 847. Предложите ему найти сумму цифр этого числа ($8+4+7=19$) и отнять ее от задуманного числа. Получится: $847-19=828$. в том числе, которое получится, пусть он зачеркнет цифру – безразлично какую, и сообщит вам все остальные. Вы немедленно назовете ему зачеркнутую цифру, хотя не знаете задуманного числа и не видели, что с ним проделывалось.

Секрет этого математического фокуса.

Подыскивается такая цифра, которая вместе с суммой вам сообщенных цифр составила бы ближайшее число, делящееся на 9 без остатка. Если, например, в числе 828 была зачеркнута первая цифра (8) и вам сообщили цифры 2 и 8, то, сложив $2+8$, вы соображаете, что до ближайшего числа, делящегося на 9, т. е. до 18 – не хватает 8. Это и есть зачеркнутая цифра.

Почему так получается?

Потому что если от какого-либо числа отнять сумму его цифр, то останется число, делящееся на 9 без остатка, иначе говоря, такое, сумма цифр которого делится на 9. В самом деле, пусть в задуманном числе a – цифра сотен, b – цифра десятков, c – цифра единиц. Значит всего в этом числе единиц $100a+10b+c$. Отнимая от этого числа сумму цифр $(a+b+c)$, получим: $100a+10b+c-(a+b+c)=99a+9b=9(11a+b)$, т. е. число, делящееся на 9. При выполнении фокуса может случиться, что сумма сообщенных вам цифр сама делится на 9, например 4 и 5. Это показывает, что зачеркнутая цифра либо 0, либо 9. Тогда вы должны ответить: 0 или 9.

2.6. Фокус «Угадать возраст».

Фокусник предлагает кому-нибудь из учащихся умножить число своих лет на 10, затем любое однозначное число умножить на 9, из первого произведения вычесть второе и сообщить полученную разность. В этом числе “фокусник” должен цифру единиц сложить с цифрой десятков – получится число лет.

2.7. Фокус «Угадай, в какой руке монета».

У зрителя в одной руке монета десять рублей, а в другой – один рубль. Несколько волшебных действий по рецептам числовой магии – и вы способны определить, в какой руке какая из монет находится!

Попросите зрителя взять в одну руку десять рублей, а в другую – один рубль. Предложите ему умножить стоимость монеты в левой руке на 2, 4, 6 или 8 (т.е. на любое чётное число), затем умножить стоимость монеты в правой руке на 3, 5, 7 или 9 (т.е. на любое нечётное число), далее сложить получившиеся при этом числа. Выслушайте результат сложения. Если это число получится нечётным, то один рубль – в правой руке. Если полученное число – чётное, то один рубль – в левой руке.

Секрет этого математического фокуса.

Свойства умножения и сложения чётных и нечётных чисел. При умножении 1 на нечётное число, результат – нечётное число, а при умножении на чётное число – чётное. При умножении 10 на любое число получится чётное число. Сумма нечётного и чётного числа – нечётное число. Сумма чётных чисел – четна.

2.8. Фокус «М.Ю. Лермонтова».

Необходимо задумать любое число, прибавить к нему 25, затем прибавить ещё 125, отнять 36, вычесть задуманное число, остаток умножить на 5, полученное число разделить на 2. Получится 285.

Секрет этого математического фокуса.

$$(a + 25 + 125 - 36 - a) * 5 / 2 = 114 * 5 / 2 = 285.$$

Как видно, в процессе выполнения действий задуманное число «а» исключается, и собеседник выполняет остальные действия только над теми числами, которые даёт сам отгадчик.

Я рассмотрела этот пример и сделала вывод, что вместо чисел 25, 125, 36, 5 и 2 можно брать, конечно, и другие числа, но тогда и ответ будет иной.

2.9. Фокус «Мгновенное умножение трёхзначного числа на 999».

Можно мгновенно умножить любое трехзначное число на 999.

Например, $573 * 999 = 572427$.

Секрет этого математического фокуса.

В результате умножения получается шестизначное число: первые три цифры его есть умножаемое число, только уменьшенное на единицу, а остальные три цифры (кроме последней) – «дополнения» первых до 9. Стоит лишь взглянуть на следующую строку, чтобы понять происхождение этой особенности:

$$573 * 999 = 573 * (1000 - 1) = 573000 - 573 = 572427.$$

2.10. Удивительные числа-палиндромы.

А знаете ли Вы, что квадрат любого числа, состоящего из единиц до 10 знаков, является палиндромом – то есть справа - налево читается одинаково. Например:

$$11 * 11 = 121;$$

$$111 * 111 = 12321;$$

Из любого числа можно получить палиндром.

Секрет этого математического фокуса.

Это делается следующим образом. Число складывается со своим перевёртышем, если в сумме не получился палиндром, то полученное число вновь складывается с перевёртышем, и в конце концов получается палиндром.

$$678 + 879 = 1554,$$

$$1554 + 4551 = 6105,$$

$$6105 + 5016 = 11121,$$

$$11121 + 12111 = 23232.$$

Глава 3. Экспериментальная часть

Пользуясь изученными «секретами» готовых фокусов, я попробовал создать интересные математические фокусы:

1. Фокус «Твой текущий возраст по размеру ноги».

Выполнив следующие операции со своим размером ноги, получите свой текущий возраст:

1. Припишите справа к размеру своей ноги два нуля;
2. Вычтите из полученного числа год своего рождения;
3. К получившемуся числу прибавьте текущий год;
4. Посмотрите на две последние цифры, и увидите свой текущий возраст.

Секрет этого математического фокуса.

На самом деле, размер ноги здесь не важен. Секрет в том, что мы вычли год рождения и прибавили текущий год. У нас получился промежуток времени, т.е. ваш возраст.

2. Фокус «Получение телефонного номера на калькуляторе».

Номер телефона: **ККК-XXX-NN-NN**

1. Сообщите только код вашего номера: **ККК**
2. Введите на калькуляторе первые три цифры номера своего телефона **XXX**.

3. Умножьте полученное число на 80, прибавьте 1 и умножьте сумму на 250.
4. Прибавьте последние четыре цифры телефонного номера NNNN дважды.
5. Получите результат и передайте калькулятор ведущему.
6. Удивитесь

Для получения номера на калькуляторе ведущему нужно вычесть 250 и разделить на 2. Затем к записанному коду добавить сам номер.

Секрет этого математического фокуса.

Запишем все преобразования в виде математического выражения. Начнем с раскрытия скобок. У нас появились два числа 250. Одно со знаком плюс, второе со знаком минус, значит, их сумма равна 0. Если к "YYYY" прибавить ещё одно "YYYY", у нас получится два "YYYY". Если $80 * 250$, то получится 20000. Если в одном слагаемом есть двадцать тысяч, а в другом слагаемом есть $2 * "YYYY"$, мы можем вынести 2 за скобки. Теперь в числителе и знаменателе нашей дроби появились одинаковые числа 2, которые можно сократить. И так, нам осталось только наше "XXX" умножить на десять тысяч, в конце такого числа появятся четыре нуля. Если к числу с четырьмя нулями прибавить любое четырехзначное число, то вместо нулей появятся цифры. Вот он, наш номер!

$$\frac{(xxx * 80 + 1) * 250 + yyyy + yyyy - 250}{2}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математические фокусы разнообразны. В них изящество математики соединяется с занимательностью. Они развивают навыки в быстром устном счете, навыки вычислений, т.к. можно загадывать и малые, и большие числа. Математические фокусы с числами основаны на умении обращаться с цифрами и законами точной науки, при этом такие трюки нисколько не умаляют ее важности.

Фокусы с применением математики способны не только развлечь человека, который опытен в точных науках, но и привлечь внимание и развить интерес к «королеве наук» у тех, кто еще только знакомится с ней.

Основной темой арифметических фокусов является угадывание задуманных чисел или результатов действий над ними. Весь секрет фокусов в том, что "отгадчик" знает и умеет использовать особые свойства чисел, а задумывающий этих свойств не знает. Математический интерес каждого фокуса и заключается в разоблачении его теоретических основ, которые в большинстве случаев довольно просты, но иногда бывают хитро замаскированы.

Математические фокусы интересны именно тем, что каждый фокус основан на свойствах чисел, действий, математических законах. Математических фокусов достаточно много, их можно найти в отдельных книгах для внеклассной работы по математике, можно придумать самостоятельно.

Своей исследовательской работой я постарался доказать, что математика очень интересный и познавательный предмет, а не сухой и скучный как может показаться на первый взгляд.

Список использованных источников

1. М.Б. Бланк, Г.Д.Бланк « Математика после уроков»
2. М. Гарднер «Математические чудеса и тайны» М.: Наука, 1998.
3. Б. А. Кордемский «Удивительный мир чисел» М.: Просвещение, 1996
4. Я. И. Перельман «Занимательные задачи и опыты» Минск: Беларусь, 2004
5. В.В. Трошин «Магия чисел и фигур» М.: «Глобус», 2007
6. 365 веселых игр и фокусов. М.: АСТ – пресс, 2005
7. <http://vsemzagadki.narod.ru/>
8. <http://trick.fome.ru/main-5.html>
9. <http://goodmagic.ru/category/fokus-matematicheskie>