

О.Б. Антонова
(Муниципальное бюджетное
общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная
школа № 2 р. п. Лунино
им. Короткова И.И.)
р. п. Лунино

**«ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРАКТИВНОЙ СРЕДЫ 1С:
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОНСТРУКТОР ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ
ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ»**

Содержание

Введение	3
1. Теоретическая часть	
1.1. Историческая справка	
1.2. Назначение функции.....	4-5
1.3. Кусочно–заданные функции	5-7
1.4. Модуль в формуле функции	7-8
1.5. Дробно-рациональные функции.....	8-9
2. Практическая часть	
2.1. Алгоритм построения графиков в программе "1С:Математический конструктор"	10
2.2. «Забавные графики»	10-
2.2.1 График "Очки"	9
2.2.2 График "Тюльпан"	10
2.2.3 График "Зонт"	11
Заключение	12
Список литературы	13

Введение

Изучение поведения функций и построение их графиков является важным разделом математики. Свободное владение техникой построения графиков часто помогает решать многие задачи и порой является единственным средством их решения. Кроме того, умение строить графики функций представляет большой самостоятельный интерес.

В учебниках алгебры за 7, 8 классов есть сведения о построении графиков линейной функции, квадратичной функции, обратной пропорциональности.

Очень часто в уравнениях прямых, парабол, гипербол включают знак модуля, их графики становятся необычными и даже красивыми.

Геометрические преобразования графиков, а также построение графиков кусочно-заданных функций позволяют передать красоту математики. Актуальность моего исследования определяется важностью умения видеть математику вокруг нас, видеть красоту обычных вещей.

«Предмет математики настолько серьезен, что полезно не упускать случая, сделать его немного занимательным», - эти слова известного французского математика Блеза Паскаля объясняли мой интерес к выполнению работы.

Цель исследования: Углубление знаний в области графической культуры.

Задачи исследования:

1. Расширить представления о графиках функций, научиться строить графики функций, содержащих модуль в формуле, графики кусочно-заданных функций.
2. Научиться использовать графики функций для составления забавных графиков.

1. Теоретическая часть

1.1 Историческая справка

Идея функциональной зависимости восходит к древности, она содержится уже в первых математически выраженных соотношениях между величинами, в первых правилах действий над числами, в первых формулах для нахождения площади и объема тех или иных фигур.

Однако явное и вполне сознательное применение понятия функции и систематическое изучение функциональной зависимости берут своё начало в XVII веке в связи с проникновением в математику идеи переменных.

Чёткого представления понятия функции в XVII в. ещё не было, однако путь к первому такому определению проложил Декарт¹, который систематически рассматривал в своей «Геометрии» лишь те кривые, которые можно точно представить с помощью уравнений, притом преимущественно алгебраических. Постепенно понятие функции стало отождествляться таким образом с понятием аналитического выражения – формулы.

Слово «функция» (от латинского *functio* – совершение, выполнение) Лейбниц употреблял с 1673 г. Как термин в нашем смысле выражение «функция от x » стало употребляться Лейбницем² и Бернулли³.

В 1718 г. выдающийся швейцарский математик Бернулли сформулировал: «Функцией переменной величины называют количество, образованное каким угодно способом из этой переменной величины и постоянных».

В формировании современного понимания функциональной зависимости приняли участие многие крупные математики. Описание функции, аналогичное

¹ Рене Декарт - французский философ, математик, механик, физик и физиолог, создатель аналитической геометрии.

² Готфрид Вильгельм Лейбниц - немецкий философ, логик, математик, механик, физик, юрист, историк, дипломат, изобретатель и языковед.

³ Иоганн Бернулли - швейцарский математик, механик, врач и филолог-классицист.

современному, встречается уже в учебниках математики начала XIX века. Активным сторонником такого понимания функции был Н.И. Лобачевский⁴.

1.2. Назначение функции

На практике мы часто встречаемся с зависимостями между различными величинами не только в математике, но и в других сферах деятельности, например, в физике.

Одно из основных назначений функций – описание реальных процессов, происходящих в природе. Эти процессы могут изменяться постепенно, а могут и скачкообразно. Так, при падении какого-нибудь тела на землю сначала происходит непрерывное нарастание скорости движения, а в момент столкновения с поверхностью земли скорость изменяется скачкообразно, становясь равной нулю или меняя направление (знак) при «отскоке» тела от земли (например, если тело – мяч).

С помощью графиков наиболее естественно отражать функциональные зависимости одних величин от других. И раз есть разрывные процессы, то необходимы и средства для их описания. С этой целью вводятся в действие функции, имеющие разрывы.

Программная среда «1С: Математический конструктор»⁵ предназначена для создания интерактивных чертежей (моделей) по математике, сочетающих в себе конструирование, моделирование, эксперимент. "1С: Математический конструктор" - мощная и простая в использовании программа для построения графиков и их анализа.

1.3. Кусочно-заданная функция

⁴ Николай Иванович Лобачевский - российский математик, один из создателей неевклидовой геометрии.

⁵ «1С: Математический конструктор» – интерактивная творческая компьютерная среда мирового класса, предназначенная для поддержки школьного курса математики.

В алгебре 8 класса есть задания на построение кусочно-заданных⁶ функций. **Кусочными функциями** называют функции, которые заданы разными формулами на разных промежутках.

Рассмотрим такой пример: «Построить график функции, заданной такими условиями.

$$\begin{cases} -x^2 - 4x + 1, & \text{если } x \geq -3, \\ -x + 1, & \text{если } x < -3, \end{cases}$$

1) Выбираем инструмент **Функция** и набираем каждую из составляющих кусочной функции. Итак, первая функция $-x^2 - 4x + 1$, вторая функция $-x + 1$. После того, как мы набрали все составляющие кусочной функции, опять выбираем инструмент **Функция** только теперь выбираем не обычную, а кусочную функцию. Выбираем промежутки и строим график.

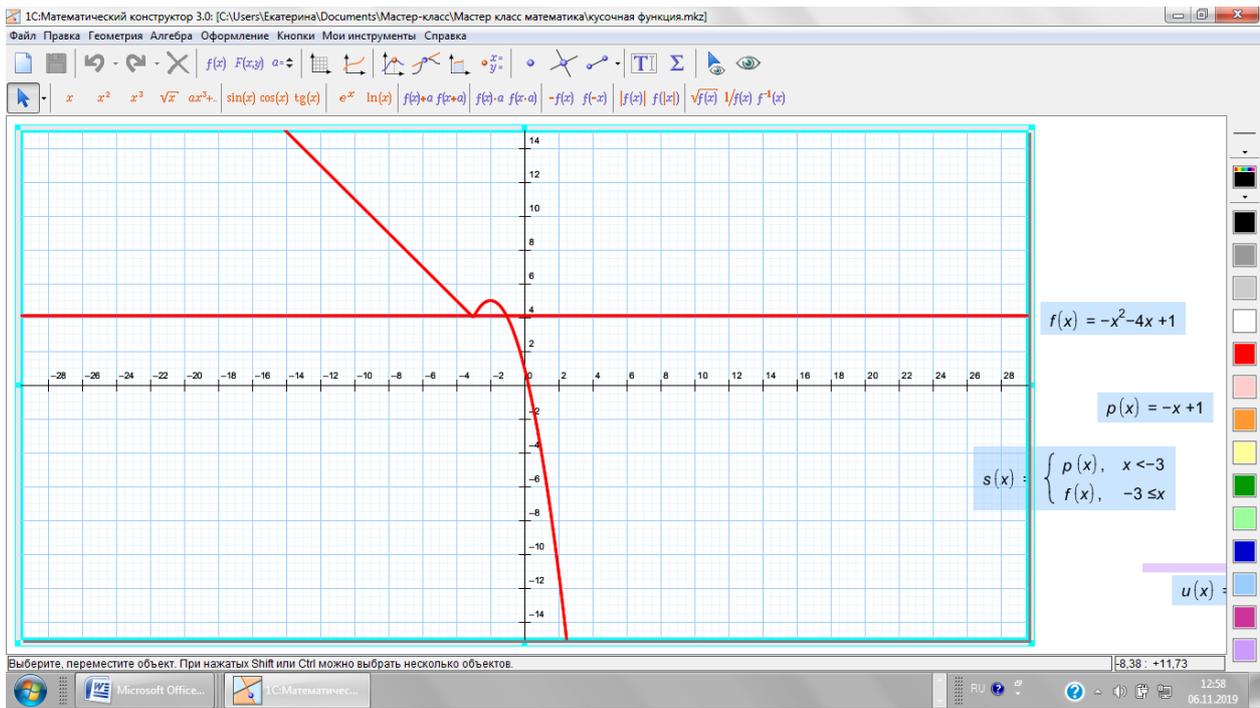
2) Выбираем инструмент **График**.

В тестах ОГЭ по математике тоже есть задания на построение графиков кусочных функций. Но задания усложнены тем, что нужно найти, при каком значении параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки. Поэтому, после построения графика находится значение параметра m .

3) Выбираем инструмент **Параметр**. Дальше строим график.

4) Выбираем значения m , при котором прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки. Таким образом можно проиллюстрировать решение этой задачи.

⁶ Кусочно-заданная функция — функция, определённая на множестве вещественных чисел, заданная на каждом из интервалов, составляющих область определения, отдельной формулой.



1.4. Модуль в формуле функции

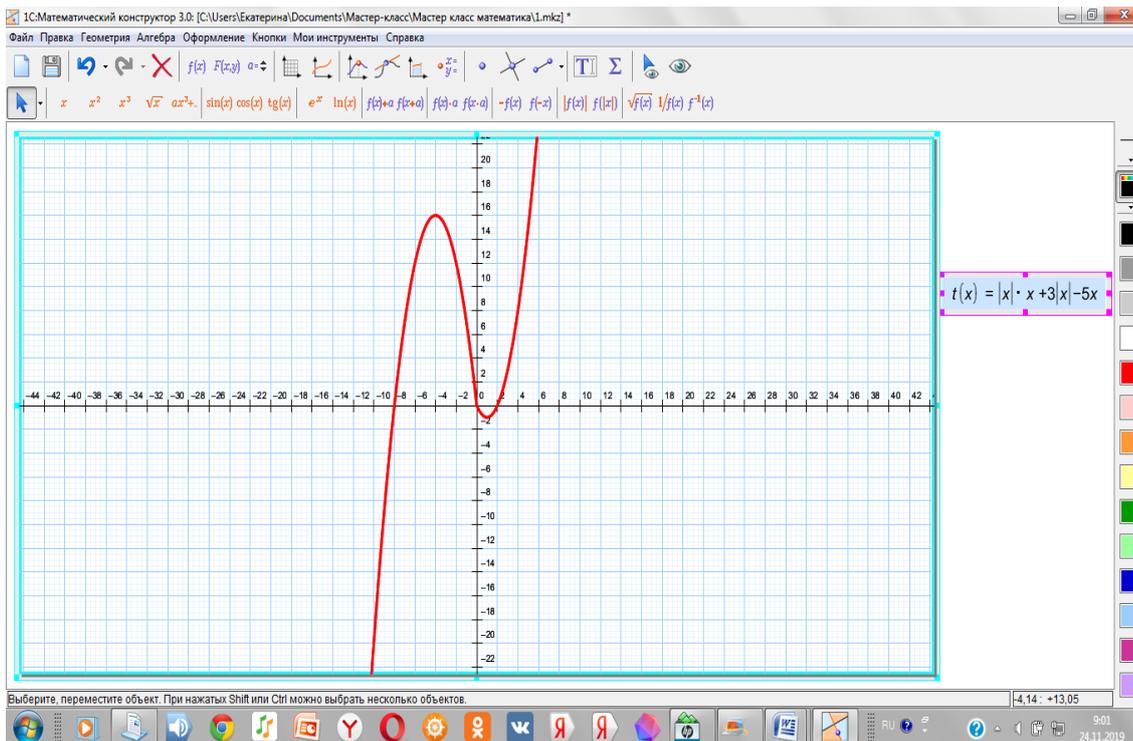
Модуль — абсолютная величина числа. Модуль числа a или абсолютная величина числа a равна a , если a больше или равно нулю, и равна $-a$, если a меньше нуля:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Тема "Модуль" привлекла меня тем, что она расширяет знания, повышает уровень математической подготовки через решение большого класса задач. Исследуя свойства модуля, не вошедшие в школьную программу, расширяются знания, которые помогут хорошо подготовиться к сдаче основного государственного экзамена.

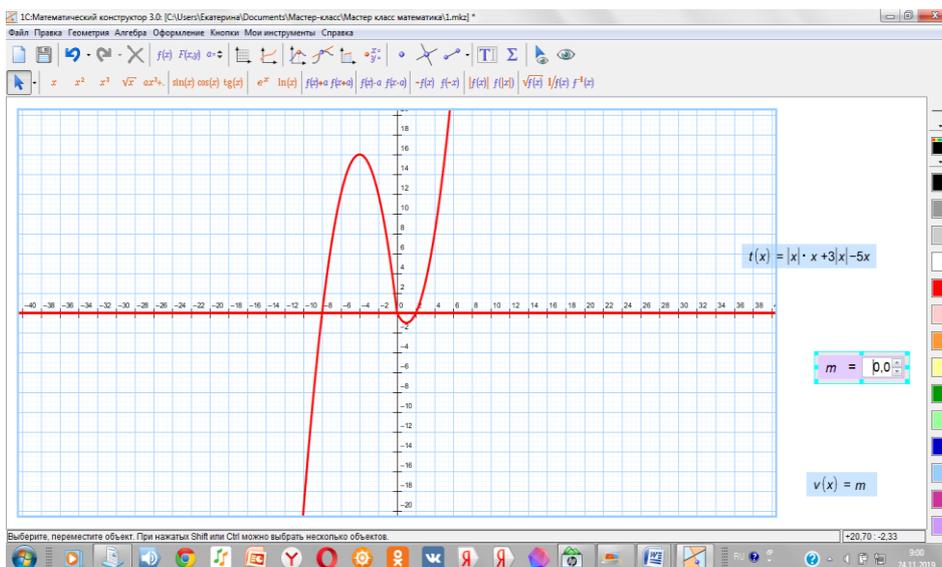
Рассмотрим пример: построить график функции $y = |x/x + 3/x| - 5x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

- 1) Выбираем инструмент **Функция** и набираем функцию, учитывая, что модуль - это функция вычисления *abs*.
- 2) Строим график данной функции, выбираем инструмент **График** и нажимаем на формулу данной функции.



3) Выбираем инструмент **Параметр**.

4) Строим график $y = t$, выбрав инструмент **График**.



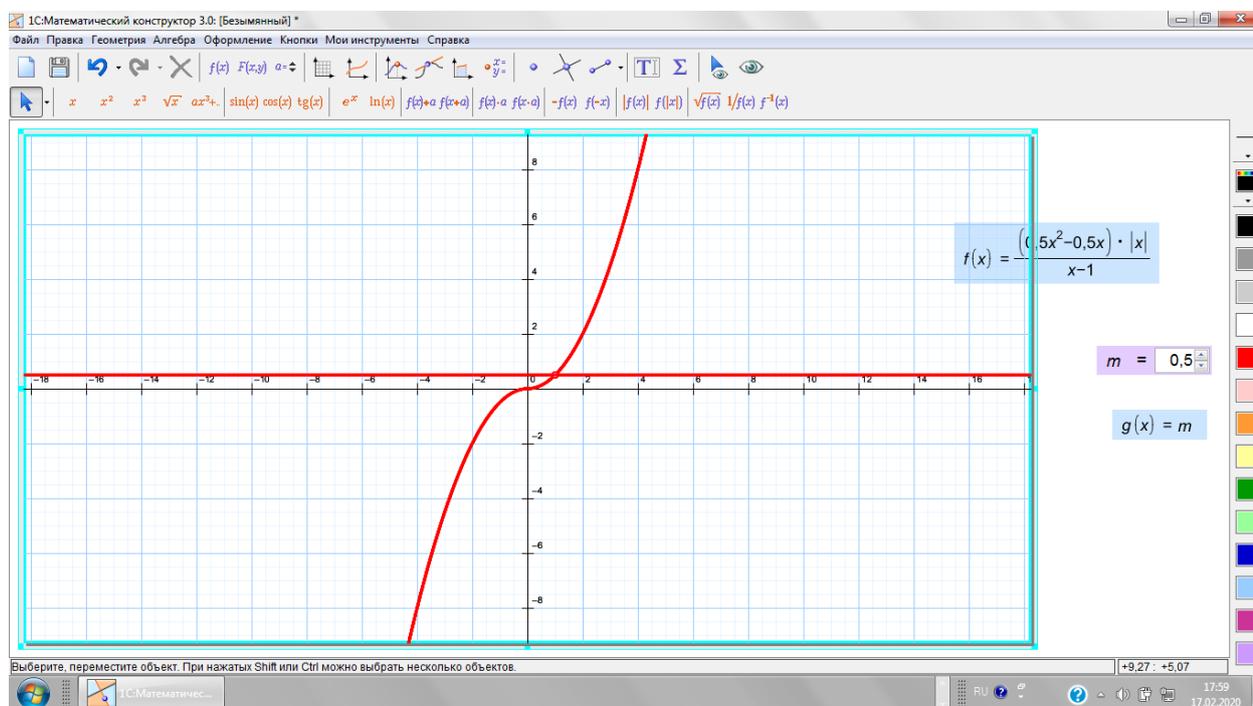
1.5. Дробно-рациональные функции

Дробно-рациональные функции – это функции, которые можно представить в виде частного двух многочленов.

$$\frac{(0,5x^2 - 0,5x)|x|}{x - 1}$$

Пример: построить график функции $y = \frac{(0,5x^2 - 0,5x)|x|}{x - 1}$ и определить, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

- 1) Выбираем инструмент **Функция** и набираем функцию.
- 2) Строим график данной функции, выбираем инструмент **График** и нажимаем на формулу данной функции.
- 3) Выбираем инструмент **Параметр**.
- 4) Строим график $y = m$, выбрав инструмент **График**.



Проанализировав график функции и передвигая график параметра m , получаем, что при $m=0,5$ прямая $y=m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Вывод: умение строить графики функций представляет большой самостоятельный интерес, т.к. часто в качестве задач повышенной сложности в учебниках или тестах ОГЭ предлагается задача, для решения которой необходимо построить график той или иной функции. Следовательно, для успешной сдачи экзамена и дальнейшего обучения на старшей ступени образования нужно знать и уметь применять способы построения графиков функций, в частности, графиков дробно – рациональных функций, кусочно-заданных функций и функций, содержащих модуль в конкретных ситуациях.

2. Практическая часть

2.1 Алгоритм построения графиков в программе "1С: Математический конструктор"

"Математический конструктор" позволяет строить графики функций, задаваемых аналитически (с помощью специального редактора формул). На уроках мы строим графики с помощью преобразований: искомый график получается из некоторого стандартного сдвигами, растяжениями, симметриями.

Инструменты преобразования графиков позволяют растягивать и сдвигать графики в соответствии с выбранным параметром, а также строить графики обратных функций. Чтобы растянуть или передвинуть график функции вдоль одной из осей, необходимо вызвать инструмент, выделить график, затем выбрать параметр или указать место на листе, где он будет автоматически создан. В результате появится новый график, являющийся результатом преобразования, и функция, задающая этот график.

2.2 «Забавные графики»

Геометрические преобразования графиков, а также построение кусочно-заданной функции, графики, содержащие переменную под знаком модуля, позволяют передать красоту математики. В результате получаются забавные графики.

1.2.1 График «Очки»

Если в одной и той же системе координат построить графики следующих функций, то можно получить очки.

$$1. y = -\frac{1}{16} * (x + 5)^2 + 2, x \in [-9; -1]$$

$$2. y = -\frac{1}{16} * (x - 5)^2 + 2, x \in [1; 9]$$

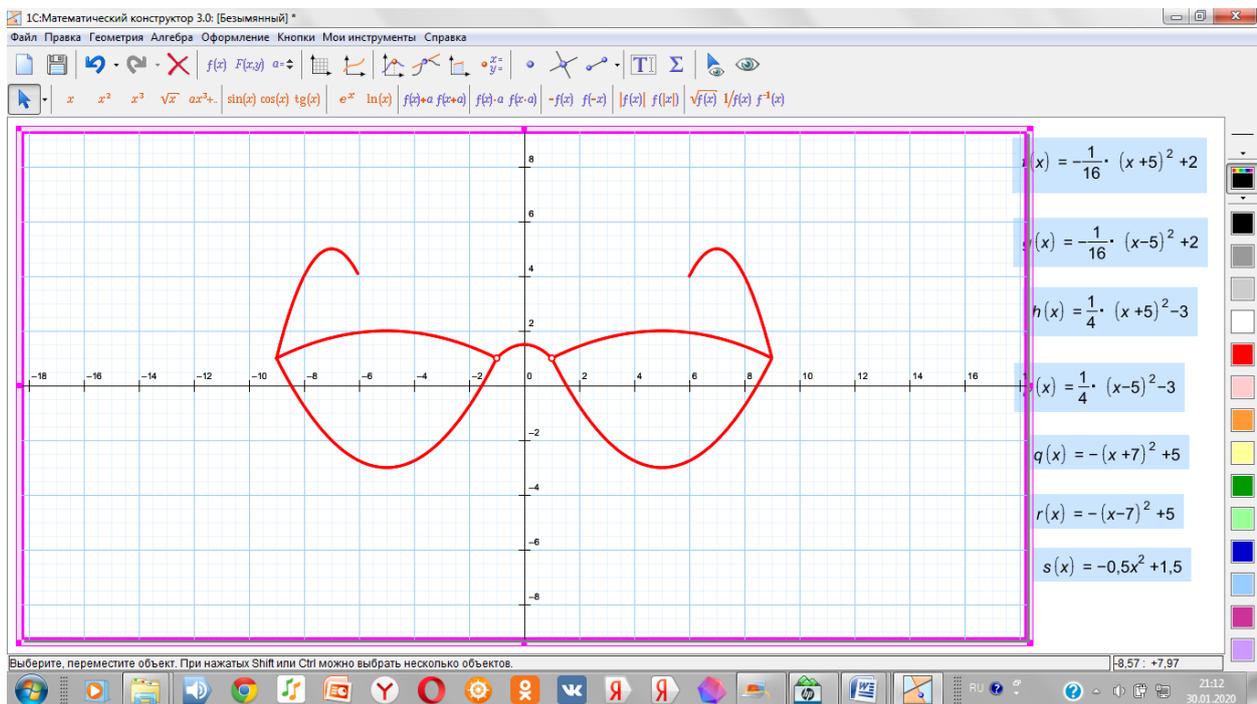
$$3. y = \frac{1}{4} \cdot (x + 5)^2 - 3, x \in [-9; -1]$$

$$4. y = \frac{1}{4} \cdot (x - 5)^2 - 3, x \in [1; 9]$$

$$5. y = -(x + 7)^2 + 5, x \in [-9; -6]$$

$$6. y = -(x - 7)^2 + 5, x \in [6; 9]$$

$$7. y = -0.5x^2 + 1.5, x \in [-1; 1]$$



2.2.2 График «Тюльпан»

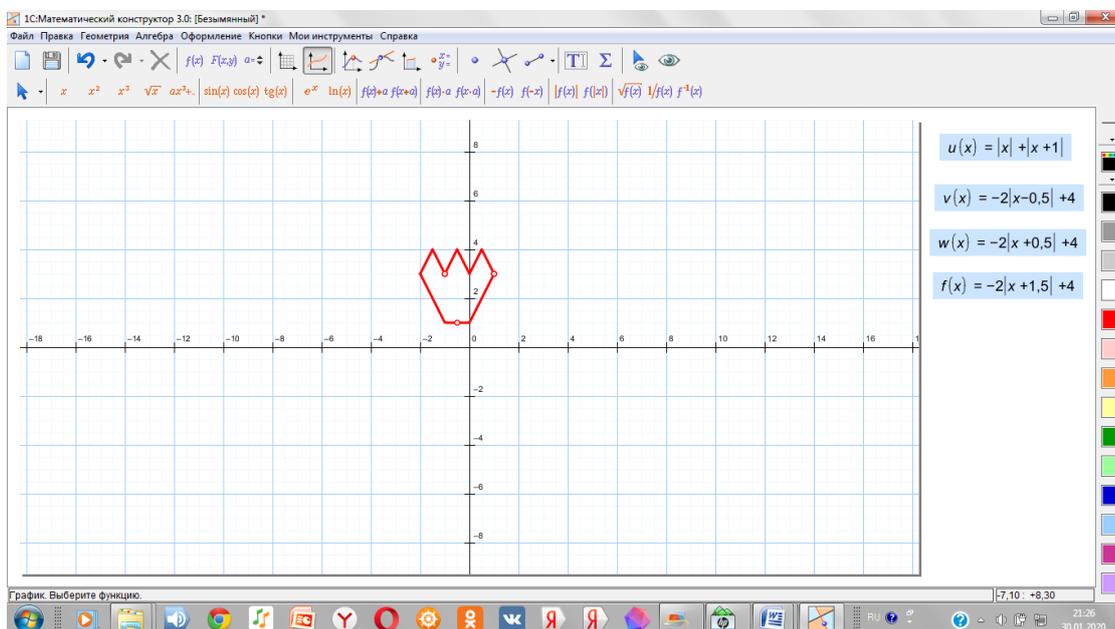
Построим графики следующих функций:

$$1. y = |x| + |x+1| \quad \text{при} \quad -2 \leq x \leq 1$$

$$2. y = -2|x-0.5| + 4 \quad \text{при} \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$3. y = -2|x+0.5| + 4 \quad \text{при} \quad -1 \leq x \leq 0$$

4. $y = -2|x+1.5| + 4$ при $-2 \leq x \leq -1$



1.4.3. График "Зонт"

1) $y = -\frac{1}{18}x^2 + 12, x \in [-12; 12];$

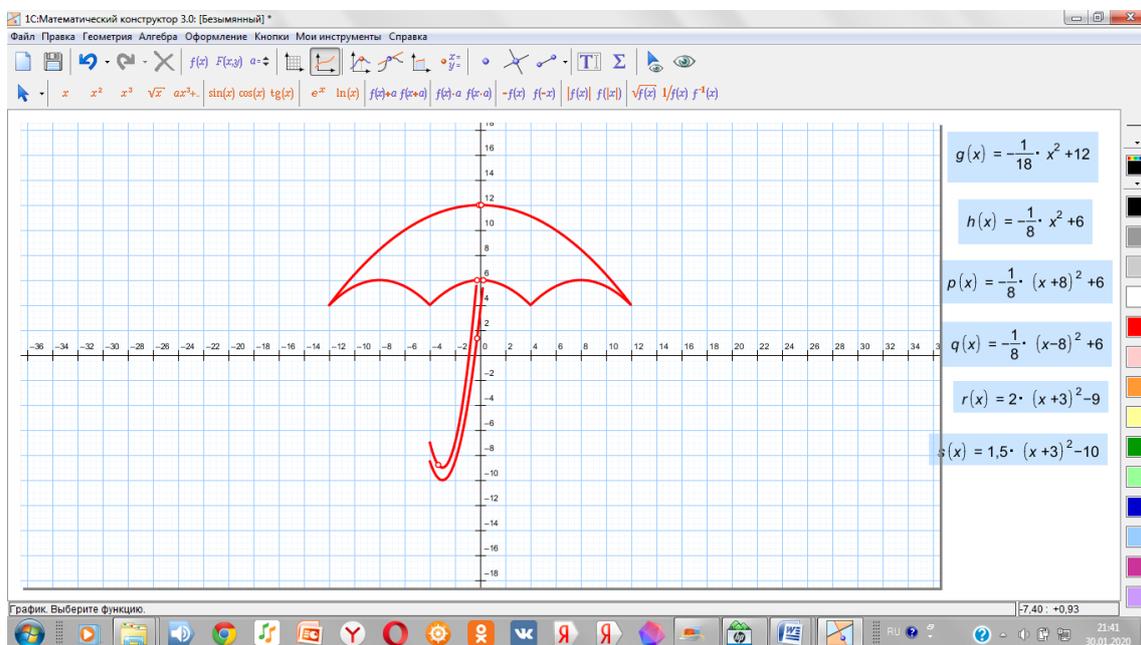
2) $y = -\frac{1}{8}x^2 + 6, x \in [-4; 4];$

3) $y = -\frac{1}{8}(x+8)^2 + 6, x \in [-12; -4];$

$$4) y = -\frac{1}{8}(x-8)^2 + 6, x \in [4;12];$$

$$5) y = 2(x+3)^2 - 9, x \in [-4;-0,3];$$

$$6) y = 1,5(x+3)^2 - 10, x \in [-4;0,2];$$



Вывод: с развитием вычислительной техники, с ее прекрасными графическими средствами и высокими скоростями выполнения операций, работа с графиками стала значительно интересней, наглядней, увлекательней. Имея аналитическое представление некоторой зависимости, можно построить график быстро, в нужном масштабе и цвете, используя для этого различные программные средства.

Заключение

Графики часто используются при решении уравнений и неравенств. Но результаты, полученные при построении графиков, не всегда являются точными. Тем не менее, считаю этот способ красивым и полезным для формирования функциональной грамотности. Умение читать графики необходимо нам в школе, а многим пригодится и в дальнейшей жизни. Работают с графиками врачи - кардиологи (кардиограмма), специалисты на сейсмической станции (сейсмограмма), специалисты на предприятиях, рассчитывающих траектории полетов самолетов, космических и боевых ракет, космических кораблей и многие другие.

В работе над данной темой расширяется понятийная база за счет включения в нее новых элементов (понятие «кусочно-заданные функции»), углубляются представления о графиках функций, содержащих переменную под знаком модуля; формируются способности к самостоятельному построению новых способов действия (работа в компьютерной программе 1С: Математический конструктор).

Научившись строить графики функций, содержащих переменную под знаком модуля, преобразовывать согласно правилам параллельного переноса, осевой симметрии, растяжения, обучающиеся используют свои умения для построения забавных графиков.

Это исследование поможет им лучше ориентироваться в математике, открывать новое, понимать красоту, мудрость окружающего мира.

Список используемой литературы

1. Мерзляк А.Г. “Алгебра 7 класс”. М.: Издательский центр "Вентана-Граф", 2018.
2. Мерзляк А.Г. “Алгебра 8 класс”. М.: Издательский центр "Вентана-Граф", 2018.
3. Садыкина И. «Построение графиков функций и зависимостей, содержащих знак модуля» - Математика № 33, 2004
4. Цукарь А. Я. Рисуем графиками функций. Математика в школе

Программы:

- 1С: Математический конструктор