



муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная
школа № 25 г. Пензы им. В. П. Квышко»

Исследовательская работа на тему: «Решение уравнений D-методом»

Работу выполнили:
ученики 10 А класса
МБОУ СОШ №25 г. Пензы им. В.П. Квышко
Алёшин Валерий Алексеевич
Жуков Александр Алексеевич

Руководитель:
учитель математики
МБОУ СОШ №25 г. Пензы им. В.П. Квышко
Обухова Татьяна Алексеевна

Пенза, 2022

Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	5
ГЛАВА II. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ	6
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	11
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ	12
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	13

ВВЕДЕНИЕ

**«Природа так обо всем
позаботилась, что повсюду
ты находишь, чему
учиться»**

Леонардо да Винчи

Развитие мышления – это одна из главных задач образовательного процесса. Большой вклад в формирование мышления вносит математика. Математическое образование, получаемое в школе, является важнейшим компонентом общего образования и общей культуры современного человека. Практически все, что окружает современного человека – это все так или иначе связано с математикой. А последние достижения в физике, технике и информационных технологиях не оставляют никакого сомнения, что и в будущем положение вещей останется прежним. Решение различных математических задач, способствует развитию логического мышления и формированию навыков обобщения, конкретизации, анализа. Особую роль играют нестандартные задачи, при решении которых развивается творческое мышление и формируется умение нестандартно мыслить. Все это помогает использовать полученные знания и умения для решения практических и прикладных задач.

Авторы учебников по математике М.К. Потапов, Г.В. Дорофеев отмечали, что есть несколько видов нестандартных задач. Например, некоторые задачи внешне выглядят крайне необычно, поэтому поначалу не совсем понятно, как к ним подойти. Другие же замаскированы: на первый взгляд, это стандартное квадратное уравнение, но обычным методом оно не решается. А для решения третьего типа необходимо четкое и тонкое логическое мышление. Такие «нестандартные задачи» нуждаются в высокой логической культуре, определенной сообразительности, психологической подготовленности, а также в свободном владении разными разделами математики!

Уравнения в школьном курсе алгебры занимают ведущее место. На их изучение отводится времени больше, чем на любую другую тему школьного курса математики. Сила теории уравнений в том, что она не только имеет теоретическое значение для познания естественных законов, но и служит конкретным практическим целям.

Часто задачи экзаменов базируются на понятиях и результатах, не входящих в программу по математике. Конечно, задачи формулируются так, чтобы формально они соответствовали программе. Решения, которые публикуются после экзаменов в «официальных» сборниках, также не выходят за рамки этой программы. Однако эти решения часто выглядят искусственно, в то время как введение относительно несложных понятий и методов позволяет дать очень естественное решение, показать взаимосвязь различных уравнений, повысить математическую культуру. Применение нестандартных методов решения задач по математике требует нетрадиционного мышления, необычных в своей логике рассуждений. Незнание таких методов и приемов существенно уменьшает область успешно решаемых задач по математике и соответственно снижает шансы на получение высокого оценочного балла. Использование нестандартных методов к тому же способствует развитию нового, нешаблонного мышления, которое можно успешно применять и в других сферах человеческой деятельности (кибернетика, вычислительная техника, экономика, радиофизика, химия и т.д.).

Приведенные ниже примеры будут полезны для подготовки к сдаче ЕГЭ и ОГЭ, а также для подготовки к поступлению в ВУЗы, особенно в такие, где традиционно предъявляются высокие требования к математическим знаниям. При подготовке к сдаче ОГЭ на дополнительных занятиях мы не ограничивались решением привычных задач, а очень часто разбирали примеры с «изюминкой». Появилась **гипотеза**: существуют «нестандартные» уравнения и «нестандартные» методы решения задач.

Цель исследования: выявить уравнения, решаемые с помощью D-метода

Объект исследования: дискриминантный метод (D-метод).

Предмет исследования: решение различных уравнений с помощью D-метода

Задачи исследования:

- ✓ На примере формулы сокращенного умножения (квадрат суммы или разности двух выражений) убедиться, что выделение полного квадрата может являться методом решения некоторых нестандартных задач
- ✓ Применять выделение полных квадратов в выражении относительно какой-либо из функций как основу дискриминантного метода
- ✓ Отобрать из тестов, предназначенных для подготовки к ЕГЭ, уравнения, решаемые с помощью D-метода
- ✓ Составить банк уравнений, решить их с помощью D-метода
- ✓ По возможности решить составленные уравнения альтернативным способом; сопоставить решения
- ✓ Распространить приобретенный опыт и навыки среди учащихся 9–11 классов.

Мы провели анкетирование среди обучающихся 10-11 классов «Методы решения уравнений» (Приложение 2) с помощью Google формы. На открытый вопрос «Какие методы решения уравнений вы знаете?» мы получили как ожидаемые ответы: «с помощью дискриминанта», «замена», «не знаю названия», так и редко применяемые в школьном курсе- «оценка ОДЗ», «графический метод». Большинство респондентов проявили интерес к изучению новых методов.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

D- метод (дискриминантный метод) – метод, в основе которого лежит выделение полных квадратов в выражении относительно какой-либо из функций (иногда это требует предварительного преобразования выражения)

Если уравнение $f(x) = 0$ можно привести к виду $f_1(x)\varphi^2(x) + f_2(x)\varphi(x) + f_3(x) = 0$,

причём $D = f_2^2 - 4f_1 \cdot f_3 \leq 0$ при всех допустимых значениях переменной,

то данное уравнение равносильно системе
$$\begin{cases} D = f_2^2 - 4f_1 \cdot f_3 = 0 \\ \varphi(x) = -\frac{f_2(x)}{2f_1(x)} \end{cases}$$

Пример 1. (Химический факультет МГУ)

$$\begin{cases} y^2 + 4y \cos x + 4 = 0 \\ x \cdot |y| \cdot (x^2 + 3y^2) = 2\pi^3 + 24\pi \end{cases}$$

Решение. Применим схему *D*- метода к первому уравнению системы:

$$\frac{D}{4} = 4 \cos^2 x - 4 \leq 0$$

Поэтому первое уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} y = -2 \cos x \\ \cos^2 x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1) \begin{cases} \cos x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \\ 2) \begin{cases} \cos x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1) \begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = -2 \end{cases} \\ 2) \begin{cases} x = \pi + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ y = 2 \end{cases} \end{cases}$$

Тогда первоначальная система равносильна совокупности двух систем:

$$\begin{cases} \begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = -2 \\ 2x^3 + 24x = 2\pi^3 + 24\pi \end{cases} \\ \begin{cases} x = \pi + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ y = 2 \\ 2x^3 + 24x = 2\pi^3 + 24\pi \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = -2 \\ (x - \pi)(x^2 + x\pi + \pi^2 + 12) = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \pi + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ y = 2 \\ (x - \pi)(x^2 + x\pi + \pi^2 + 12) = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1) \begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = -2 \\ x = \pi \end{cases} \\ 2) \begin{cases} x = \pi + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ y = 2 \\ x = \pi \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $S = \{(\pi, 2)\}$

ГЛАВА II. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Анализируя задания, встречающиеся в текстах ЕГЭ мы не обнаружили уравнения, решаемые с помощью исследуемого метода. В тестах, которые предлагает Ларин А. А. на своем сайте alexlarin.net встретилось несколько уравнений, для которых можно применить Д-метод

Пример 2. Решить уравнение

$$(2x - 2)^2(x + 1)^2 - \sqrt{2}(x^2 - 1) - 6 = 0$$

Способ 1

$$4(x - 1)^2(x + 1)^2 - \sqrt{2}(x - 1)(x + 1) - 6 = 0$$

Пусть $(x - 1)(x + 1) = t$, тогда

$$4t^2 - \sqrt{2}t - 6 = 0$$

$$D = 2 - 4 \cdot (-6) \cdot 4 = 98$$

$$t_1 = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{98}}{8} = \frac{\sqrt{2} - 7\sqrt{2}}{8} = -\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{98}}{8} = \frac{\sqrt{2} + 7\sqrt{2}}{8} = \sqrt{2}$$

Вернёмся к замене

$$x^2 - 1 = -\frac{3\sqrt{2}}{4} \quad \text{или} \quad x^2 - 1 = \sqrt{2}$$

$$x^2 = -\frac{3\sqrt{2}}{4} + 1 < 0 \quad x^2 = \sqrt{2} + 1$$

$$x \in \emptyset \quad x = \pm\sqrt{\sqrt{2} + 1}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\sqrt{2} + 1}; -\sqrt{\sqrt{2} + 1}$$

Способ 2

$$4(x - 1)^2(x + 1)^2 - \sqrt{2}(x - 1)(x + 1) - 6 = 0,$$

где $4(x + 1)^2$ — коэффициент a , $-\sqrt{2}(x - 1)$ — коэффициент b , 6 — свободный член c

$$D = (\sqrt{2}(x - 1))^2 - 4 \cdot (4(x + 1)^2) \cdot (-6) = 2(x - 1)^2 + 96(x + 1)^2 = 98(x - 1)^2$$

Пусть $(x + 1) = t$

$$t_1 = \frac{\sqrt{2}(x - 1) - \sqrt{98(x - 1)^2}}{8(x + 1)^2} = \frac{\sqrt{2}(x - 1) - 7\sqrt{2}(x - 1)}{8(x + 1)^2} = \frac{-6\sqrt{2}(x - 1)}{8(x + 1)^2} = -\frac{3\sqrt{2}}{4(x + 1)}$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{2}(x - 1) + \sqrt{98(x - 1)^2}}{8(x + 1)^2} = \frac{\sqrt{2}(x - 1) + 7\sqrt{2}(x - 1)}{8(x + 1)^2} = \frac{8\sqrt{2}(x - 1)}{8(x + 1)^2} = \frac{\sqrt{2}}{x + 1}$$

Вернёмся к замене

$$x + 1 = -\frac{3\sqrt{2}}{4(x+1)} \quad \text{или} \quad x + 1 = \frac{\sqrt{2}}{x+1}$$

$$4(x^2 - 1) = -3\sqrt{2} \quad x^2 - 1 = \sqrt{2}$$

$$4x^2 - 4 = -3\sqrt{2} \quad x^2 = \sqrt{2} + 1$$

$$4x^2 = -3\sqrt{2} + 4 < 0 \quad x = \pm\sqrt{\sqrt{2} + 1}$$

$$x \in \emptyset$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\sqrt{2} + 1}; -\sqrt{\sqrt{2} + 1}$$

Пример 3. Решить уравнение

$$\cos 4x - 6 \cos 2x \cos x - 4 \sin^2 x + 5 = 0$$

Решение.

$$\begin{aligned} \cos 4x - 6 \cos 2x \cos x - 4 \sin^2 x + 5 = 0 &\Leftrightarrow \cos 4x \\ &- 6 \cos 2x \cos x + 4 - 4 \sin^2 x + 1 = 0 \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \cos 4x - 6 \cos 2x \cos x + 4 \cos^2 x + 1 = 0 &\Leftrightarrow 2 \cos^2 2x - 1 \\ &- 6 \cos 2x \cos x + 4 \cos^2 x + 1 = 0 \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 2x - 6 \cos 2x \cos x + 4 \cos^2 x = 0$$

$$\text{Пусть } \cos 2x = t$$

$$D = 36 \cos^2 x - 4 \cdot 2 \cdot 4 \cos^2 x = 4 \cos^2 x$$

$$t_1 = \frac{6 \cos x + 2 \cos x}{4} = 2 \cos x$$

$$t_2 = \frac{6 \cos x - 2 \cos x}{4} = \cos x$$

Вернёмся к замене

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2x = \frac{3 \cos x - \cos x}{2} = \cos x \\ \cos 2x = \frac{3 \cos x + \cos x}{2} = 2 \cos x \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} \cos 2x = \cos x \\ \cos 2x = 2 \cos x \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \pm \arccos \frac{1 - \sqrt{3}}{2} + 2\pi n, n \in Z \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } x = \pm \arccos \frac{1 - \sqrt{3}}{2} + 2\pi n, n \in Z, x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Пример 4. Решить уравнение $(x^2 - x + 1)^2 + 8(x + 1)^2 = 6(x^3 + 1)$

Решение. Решим уравнение D -метод относительно $(x^2 - x + 1)$:

$$\begin{aligned} (x^2 - x + 1)^2 + 8(x + 1)^2 &= 6(x^3 + 1) \\ \Leftrightarrow (x^2 - x + 1)^2 - 6(x + 1)(x^2 - x + 1) + 8(x + 1)^2 &= 0 \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 1 = 4(x + 1), \\ x^2 - x + 1 = 2(x + 1), \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 5x - 3 = 0, \\ x^3 - 3x - 1 = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}, \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}, \end{cases}$$

Можно было решить данное уравнение как квадратное уравнение относительно $(x + 1)$

Ответ: $x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}, x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

Пример 5. Решить уравнение $\sqrt{5x^2 + 7x + 2} = x^2 + 7x + \frac{9}{4}$

Решение: Введем ограничения

$$x^2 + 7x + \frac{9}{4} \geq 0, x^2 + 7x + \frac{9}{4} = 0$$

$$D = 40$$

$$x^2 + 7x + \frac{9}{4} \geq 0 \left[\begin{array}{l} x = \frac{-7 - 2\sqrt{10}}{2}, \\ x = \frac{-7 + 2\sqrt{10}}{2}, \end{array} \right. x \in \left(-\infty; \frac{-7 - 2\sqrt{10}}{2} \right] \cup \left[\frac{-7 + 2\sqrt{10}}{2}; +\infty \right)$$

Введем вспомогательную переменную $a = 7$. Тогда получим уравнение

$$\sqrt{5x^2 + ax + 2} = x^2 + ax + \frac{9}{4}$$

Возведём обе части уравнения в квадрат:

$$a^2x^2 + 2a\left(x^3 + \frac{7}{4}x\right) + x^4 - \frac{x^2}{2} + \frac{49}{16} = 0$$

Решим полученное квадратное уравнение относительно переменной a :

$$D = x^6 + \frac{7}{2}x^4 + \frac{49}{16}x^2 - x^6 + \frac{x^4}{2} - \frac{49}{16}x^2 = 4x^4.$$

$$a = \frac{-x^3 - \frac{7}{4}x \pm 2x^2}{x^2}; a = 7 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 9x + \frac{7}{4} = 0, \\ x^2 + 5x + \frac{7}{4} = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-9 \pm 2\sqrt{18,5}}{2} \\ x = \frac{-5 \pm 2\sqrt{4,5}}{2} \end{cases}$$

Учитывая ограничения, получаем

$$x = \frac{-9 \pm 2\sqrt{18,5}}{2}, x = \frac{-5 \pm 2\sqrt{4,5}}{2}$$

Пример 5. Решить уравнение $(8x^2 + 5x + 5)^2 = x^2(8x^2 + 4x + 5)$

Решение. **1 способ.** Приведем данное уравнение к виду:

$$(8x^2 + 5x + 5)^2 = x^2(8x^2 + 4x + 5) \Leftrightarrow$$

$$(8x^2 + 4x + x + 5) - x^2(8x^2 + 4x + 5) = 0 \Leftrightarrow$$

$$(8x^2 + 5x + 5)^2 + (2x - x^2)(8x^2 + 4x + 5)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(8x^2 + 4x + x + 5)(7x^2 + 6x + x + 5) + x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Учли при решении, что $\begin{cases} 8x^2 + 4x + 5 > 0, \forall x \in R, \\ 7x^2 + 6x + 5 > 0, \forall x \in R, \\ x^2 \geq 0 \end{cases}$

Ответ: нет корней

Способ 2 с применением D-метода:

$$(8x^2 + 5x + 5)^2 = x^2(8x^2 + 4x + 5) \Leftrightarrow (8x^2 + 4x + x + 5)^2 - x^2(8x^2 + 4x + 5) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (8x^2 + 4x + 5)^2 + (2x - x^2)(8x^2 + 4x + 5) + x^2 = 0$$

Решим уравнение как квадратное относительно $(8x^2 + 4x + 5)$:

$$(8x^2 + 4x + 5)^2 + (2x - x^2)(8x^2 + 4x + 5) + x^2 = 0$$

$$D = (2x - x^2)^2 - 4 \cdot x^2 = 4x^2 - 4x^3 + x^4 - 4x^2 = x^4 - 4x^3 = x^3(x - 4)$$

Для того, чтобы уравнение имело корни

$$x^3(x - 4) \geq 0,$$

$$x \in (-\infty; 0] \cup \{4; +\infty\}.$$

$$\begin{cases} 8x^2 + 4x + 5 = \frac{x^2 - 2x + \sqrt{x^4 + 4x^3}}{2} \\ 8x^2 + 4x + 5 = \frac{x^2 - 2x - \sqrt{x^4 + 4x^3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16x^2 + 8x + 10 - x^2 + 2x = \sqrt{x^4 - 4x^3} \\ 16x^2 + 8x + 10 - x^2 + 2x = -\sqrt{x^4 - 4x^3} \end{cases}$$

$$15x^2 + 10x + 10 > 0 \quad \forall x \in$$

Второе уравнение совокупности не имеет решений, так как правая часть неположительная, а левая положительная.

Первое уравнение совокупности можно решить графическим способом. Построив графики двух функций, мы убеждаемся, что точек пересечения нет.

В данном случае D-метод оказался трудоемким и малоэффективным (решение иррационального уравнения, построение графиков), хотя изначально уравнение «технически» очень подходит под решение нашим методом. Мы рассмотрели это уравнение скорее, как некий «контрпример»

Пример 6.

$$2 \cos 2x - 3 \sin x \cos x + \sin x - 3 \cos x + 1 = 0$$

$$\text{Решение. } 2 \cos 2x - 3 \sin x \cos x + \sin x - 3 \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin^2 x + \sin x(2 \cos x - 1) + 3 \cos x - \cos^2 x - 1 = 0$$

Решим уравнение D-методом относительно $\sin x$:

$$D = 1 - 6 \cos x + 9 \cos^2 x - 24 \cos x + 16 \cos^2 x + 8 = (5 \cos x - 3)^2$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1 - 3 \cos x - 5 \cos x + 3}{4} \\ \sin x = \frac{1 - 3 \cos x + 5 \cos x - 3}{4} \end{cases} \begin{cases} 2 \sin x - \cos x + 1 = 0 \\ \sin x + 2 \cos x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4tg \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}} - \frac{1 - tg^2 \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}} + 1 = 0 \\ 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 2 \sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4tg \frac{x}{2} - 1 + tg^2 \frac{x}{2} + 1tg^2 \frac{x}{2} = 0 \\ 3tg^2 \frac{x}{2} - 2tg \frac{x}{2} - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} tg \frac{x}{2} (tg \frac{x}{2} + 2) = 0 \\ tg \frac{x}{2} = 1 \\ tg \frac{x}{2} = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \pi n, n \in Z \\ \frac{x}{2} = -arctg 2 + \pi n, n \in Z \\ \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z \\ \frac{x}{2} = -arctg \frac{1}{3} + \pi n, n \in Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\pi n, n \in Z \\ x = -2arctg 2 + 2\pi n, n \in Z \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z \\ x = -2arctg \frac{1}{3} + 2\pi n, n \in Z \end{cases}$$

Ответ: $x = 2\pi n, n \in Z, x = -2arctg 2 + 2\pi n, n \in Z, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z,$

$$x = -2arctg \frac{1}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Тригонометрические уравнения нами еще не изучены в полном объеме, но нам было очень интересно рассматривать новый метод для различных типов уравнения. Поэтому решение данного примера выполнено нами с помощью руководителя.

Пример 7.

$$\text{Решим уравнение } x^4 + x^3 - 2x^2 + 15x - 25 = 0$$

$$x^4 + x^3 - 2x^2 + 15x - 25 = 0 \Leftrightarrow 5^2 - 5 \cdot 3x - x^4 - x^3 + 2x^2 = 0$$

Решим последнее уравнение относительно «5»:

$$D = 4x^4 - 4x^3 + x^2 = (2x^2 + x)^2$$

$$\begin{cases} 5 = \frac{3x - 2x^2 - x}{2}, \\ 5 = \frac{3x + 2x^2 + x}{2}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 4x - 10 = 0, \\ 2x^2 - 4x + 10 = 0, \end{cases} \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } x = -1 \pm \sqrt{6}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе исследования цель нашей работы достигнута, решены поставленные задачи и получены следующие выводы:

- не все указанные выше уравнения можно решить альтернативным способом *D*-методу. Из рассмотренных уравнений лишь 50% решаются двумя способами, что даёт возможность проверить верность найденного решения.

- *D*-метод интересен тем, что им решаются уравнения различных видов: уравнение-многочлен, иррациональные, тригонометрические.

- В ходе занятия элективного курса в 10-11 классах был распространен опыт отбора по виду составления и решения уравнений, решаемых с помощью *D*-метода.

Повторное анкетирование показало, что, что многие учащиеся хотели бы познакомиться с этим методом более подробно и при возможности применять его при решении уравнений.

Подводя итог, стоит отметить, что использование нестандартных методов решения уравнений и неравенств, к сожалению, отодвигается на второй план, несмотря на то, что данные способы являются наиболее эффективными в решении. Именно поэтому необходимо изучать данные методы, ведь они в действительности являются незаменимыми при решении уравнений и неравенств.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов А. М., Дудницын Ю. П., Шварцбург С. И. «Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа», М: «Просвещение», 1990 г.
2. Банк нестандартных задач. – [Электронный ресурс]. [URL:http://yulib94CS](http://yulib94CS)
3. Барвенов С. А. «Методы решения алгебраических уравнений», М. «Аверсэв», 2006 г.
4. Кравцев С. В., Ю. И. Макаров, М. И Максимов, М. И. Нараленков, В.Г. Чирский Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных М.: Экзамен, 2001г.
5. Математика. Материалы для подготовки к экзамену <https://alexlarin.net/>
6. Нараленков М. И. Вступительный экзамен по математике. Алгебра. Как решать задачи: учебно-практическое пособие- М.: Экзамен, 2003. 306-307 с.
7. Потапов М. К. «Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения» М. «Дрофа», 2002 г.

Уравнения, решаемые с помощью $\mathcal{D}$ -метода:

1.

$$2(x^2 + 2x + 4)^2 + 2(x - 2)^2 = 5(x^3 - 8).$$

$$5(x^2 + x + 1)^2 + 6(x - 1)^2 = 13(x^3 - 1).$$

$$(x^2 - 2x + 4)^2 + 2(x + 2)^2 = 3(x^3 + 8).$$

2.

$$\cos 2x + 4 \cos x + \sin 2x + 40 \sin x + 13 = 0.$$

$$7 \cos^2 x + 5 \sin^2 x + 6 \cos x + 2 \sin 2x - 8 \sin x + 1 = 0.$$

$$4 \sin^2 x - \cos x + \sin 2x - 8 \sin x - 1 = 0.$$

3.

$$\sqrt{5x^2 + 5x - \frac{3}{5}} = x^2 + 3x - \frac{3}{5}.$$

$$\sqrt{11x^2 + 6x + \frac{2}{7}} = x^2 + x + \frac{2}{7}.$$

$$\sqrt{26x^2 + x - 13} = x^2 + 6x - 13.$$

4.

$$(6x^2 + 2x + 1)^2 = x^2(6x^2 + x + 1).$$

$$(8x^2 + 5x + 1)^2 = x^2(8x^2 + 3x + 1).$$

$$(7x^2 + 3x + 2)^2 = x^2(7x^2 + 2x + 2).$$

Методы решения уравнений

* Обязательно

Какие методы решения уравнений вы знаете? *

Мой ответ

Знаком ли вам Д-метод решения уравнений? *

☐ Да

☐ Нет

Интересно ли Вам узнать новые методы? *

☐ Да

☐ Нет

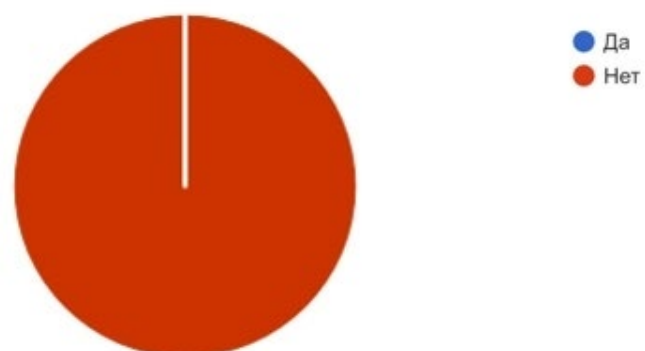
Отправить

Очистить форму



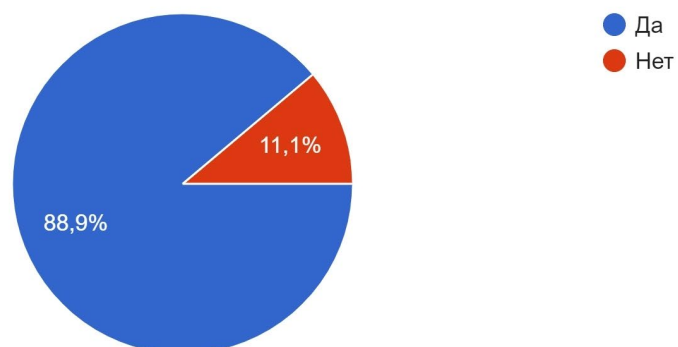
Знаком ли вам Д-метод решения уравнений?

27 ответов



Интересно ли Вам узнать новые методы?

27 ответов



Эффективность Д-метода



*** Обязательно**

Интересен ли Вам Д-метод *

☐ Да

☐ Нет

Планируете ли Вы дополнительное изучение Д-метода для дополнительного применения *

☐ Да

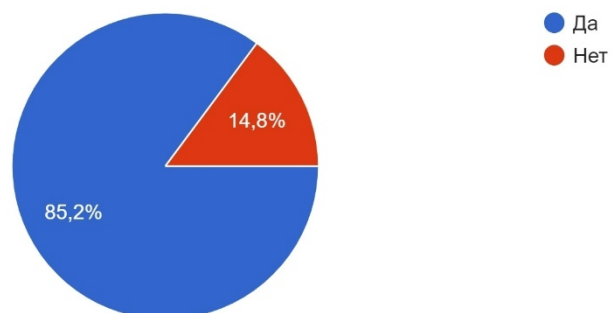
☐ Нет

Отправить

Очистить форму

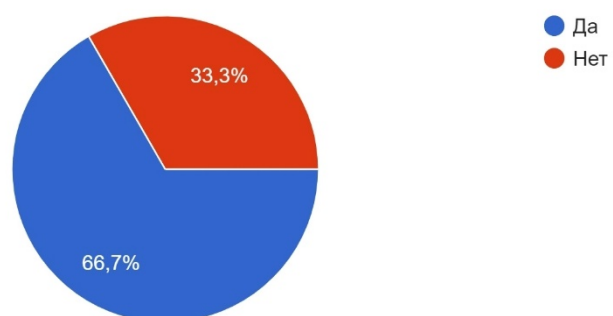
Интересен ли Вам Д-метод?

27 ответов



Планируете ли Вы дополнительное изучение Д-метода для дополнительного применение?

27 ответов



РЕЦЕНЗИЯ
на исследовательскую работу обучающихся 10 А класса
МБОУ СОШ №25 им. В.П. Квышко г. Пензы
Алешина Валерия и Жукова Александра
«Решение уравнений D-методом »
(руководитель – учитель математики Обухова Т.А.)

Готовясь к сдаче ОГЭ и ЕГЭ, выпускники сосредотачивают свое внимание исключительно на решении задач, предлагавшихся на экзаменах прошлых лет и гораздо меньше времени уделяют теоретической подготовке. Такой «практический уклон», конечно, себя не всегда оправдывает. Часто задачи экзаменов базируются на понятиях и результатах, не входящих в программу по математике. Конечно, задачи формулируются так, чтобы формально они соответствовали программе. Решения, которые публикуются после экзаменов в «официальных» сборниках, также не выходят за рамки этой программы. Однако эти решения часто выглядят искусственно, в то время как введение относительно несложных понятий и методов позволяет дать очень естественное решение, показать взаимосвязь различных уравнений, повысить математическую культуру. Применение нестандартных методов решения задач по математике требует нетрадиционного мышления, необычных в своей логике рассуждений. Незнание таких методов и приемов существенно уменьшает область успешно решаемых задач по математике и соответственно снижает шансы на получение высокого оценочного балла. Использование нестандартных методов к тому же способствует развитию нового, нестандартного мышления, которое можно успешно применять и в других сферах человеческой деятельности.

Приведенные ниже примеры будут полезны для подготовки к сдаче ЕГЭ и ОГЭ, а также для подготовки к поступлению в ВУЗы, особенно в такие, где традиционно предъявляются высокие требования к математическим знаниям

Спектр применения вопросов, рассмотренных Алешиним Валерием и Жуковым Александром, не очень широк, но грамотное владение данным материалом будет способствовать успешной сдаче экзаменов и дальнейшей учебе. Вопросы, рассмотренные в работе, помогут учащимся овладеть изложенной темой и будут интересны как ученикам, так и учителям.

Рецензент:

Заместитель директора по УВР,
учитель высшей квалификационной
категории

Подпись Китаевой Е. Ю. заверяю



Е. Ю. Китаева

Директор



О. П. Ермакова