Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №51 г. Пенза

III ОТКРЫТЫЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ФЕСТИВАЛЬ
ТВОРЧЕСКИХ ОТКРЫТИЙ И ИНИЦИАТИВ
«ЛЕОНАРДО»

Секция: Математическая

Исследовательская работа
«Удивительный мир флексагонов»

Автор: Оськина Диана Алексеевна,
5 «Б» класс

Если мы действительно знаем что-то,
то мы знаем это благодаря изучению математики
П. Гассенди

Оглавление

Введение……..2
Глава 1
1.1 История возникновения флексагонов……3-4
1.2 Названия флексагонов и их классификация…….5-7
Глава 2
2.1 Применение флексагонов……8-9
2.2 Изготовление флексагонов……..10-11
2.3 Использование «Умной шпаргалки»……..12-13
2.4 Социологический опрос……14
Заключение……15-16
Список литературы……17

Введение

Есть в математике нечто, вызывающее человеческий восторг.

Ф. Хаусдорф.

Занимательную математику любят все. Элемент игры, который делает её интересной, может быть представлен в виде головоломки, ребуса, шарады, фокуса, парадокса. Решая нестандартные математические задачи, человек испытывает радость приобщения к творческому мышлению, интуитивно ощущает красоту и величие математики. Нестандартные задачи развивают наблюдательность, умение логически мыслить, пробуждают веру в свои силы.

Математика – предмет очень важный и очень сложный. Большинство школьников испытывает затруднения при его изучении. Многие ребята считают этот предмет скучным и неинтересным.

Актуальность. Знакомство с флексагонами позволит по-новому взглянуть на мир математики и внести разнообразие в привычные окружающие нас предметы быта и интерьера, а также способствует развитию пространственного воображения.

Испытывая большой интерес к занимательной математике, я захотела познакомиться с загадочными, увлекательными и имеющими практическое применение математическими объектами, которые не рассматриваются в школьном курсе. На математических интернет-сайтах мое внимание привлекли флексагоны, им я и решила посвятить свою исследовательскую работу. Флексагоны способствуют развитию пространственного воображения и имеют практическое применение. Сначала может показаться, что это всего лишь игрушки, но они таят в себе много загадок. Что же это такое флексагон? Какие тайны связаны с ним? Как его построить? Где взять чертёж? Таким образом, **объектом** моего исследования являются *флексагоны*, а **предметом** - *история их возникновения, способы конструирования, применение*.

Гипотеза. Флексагоны – это не просто игрушка или обычное оригами, а занимательная математическая головоломка.

Так появилась **цель работы:** изучить мир флексагонов.

Задачи исследования:

- изучить литературу, раскрыть содержание понятия «флексагон»;
- найти информацию по построению флексагонов;
- создать модели простейших флексагонов;
- выявить области применения флексагонов в жизни человека;
- пробудить интерес одноклассников к математике, продемонстрировав на примере данной работы, что эта точная наука математика удивительна, необычна и занимательна.

Методы исследования: сбор информации, анализ литературы, классификация, наблюдение, сравнение, создание наглядных моделей и обобщение материала.

Глава 1. Теоретическая часть

1.1 История возникновения флексагонов

В конце 1939 года Артур Стоун, 23-летний аспирант из Англии, изучавший математику в Принстоне, обрезал листы американского блокнота, чтобы подогнать их под привычный формат. Желая немного развлечься, Стоун принялся складывать из отрезанных полосок бумаги различные фигуры.

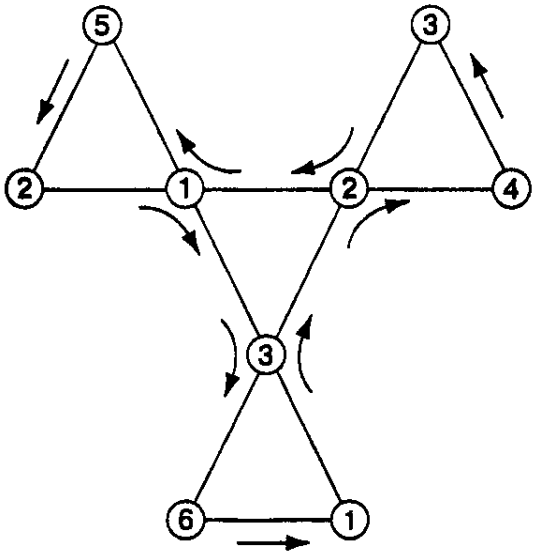
Рис.1. Принстонский университет, штат Нью Джерси

Одна из сделанных им фигур оказалась особенной интересной. Перегнув полоску бумаги в трех местах и соединив концы, он получил правильный шестиугольник. Взяв этот шестиугольник за два смежных треугольника, Стоун подогнул противоположный угол вниз так, что его вершина совпала с центром фигуры. При этом Стоун обратил внимание на то, что когда шестиугольник раскрывался словно бутон, видимой становилась совсем другая поверхность. Если бы обе стороны исходного шестиугольника были бы разного цвета, то после перегибания видимая поверхность изменила бы свою окраску. Так был открыт самый первый флексагон с тремя поверхностями. Поразмыслив над ним ночь, Стоун наутро убедился в правильности своих чисто умозрительных заключений: оказалось, можно построить и более сложный шестиугольник с шестью поверхностями вместо трех. Эта модель показалась Стоуну настолько интересной, что он решил показать её своим друзьям по университету.

Вскоре был создан «Флексагонный комитет», куда вошли сам Стоун, аспирант- математик Бриан Таккерман, аспирант-физик Ричард Фейнман и молодой преподаватель математики Джон У.Тьюки. Комитет обнаружил, что

можно сделать флексагоны с 9, 12, 15 и большим числом поверхностей. Таккерману удалось сделать действующую модель флексатона с 48 поверхностями. Он также обнаружил, что из зигзагообразной полоски бумаги можно сложить тетрагексафлексагон (с четырьмя) и пентагексафлексагон (с пятью поверхностями). Вообще, один вид флексагона можно складывать по-разному. Так, гексагексафлексагон можно сложить тремя способами, адекагексафлексагон - 82 способами.

Чтобы обнаружить все поверхности флексагона, иногда вы будете блуждать по замкнутому кругу: сколько бы вы ни бились, перед вами будут открываться лишь одни и те же уже виденные вами поверхности. Таккерман довольно быстро нашёл простейший способ выявления всех поверхностей любого флексагона: нужно держать его за какой-либо угол и открывать до тех пор, пока он не перестанет раскрываться, и лишь затем переходить к следующему углу. Этот метод, известен как «путь Таккермана»; его удобно изображать в виде схемы.



Полная математическая теория флексагонов была разработана в 1940 году Тьюки и Фейнманом. Она, в частности, указывает точный способ построения флексагонов с любым числом сторон, причём именно той разновидности, которая требуется. Тетрафлексагоны были открыты, по крайней мере, на несколько столетий раньше гексафлексагонов, однако они гораздо менее изучены. Артур Х. Стоун с друзьями посвятили много времени складыванию этих четырёхсторонних разновидностей флексагонов, но им так и не удалось построить полную теорию, охватывающую все, на первый взгляд ничем не связанные, разновидности этих головоломок.

1.2 Названия флексагонов и их классификация

Флексагоны - это многоугольники, сложенные из полос бумаги прямоугольной или же более сложной, изогнутой формы, которые обладают необычным свойством: при перегибании флексагонов их наружные поверхности прячутся внутрь, а ранее скрытые поверхности неожиданно выходят наружу.

Флексагон (от англ. to flex, что означает, «складываться, гнуться»), т.е. флексагон - гнущийся многоугольник. Он обладает удивительной способностью - внезапно менять свою форму и цвет.

Флексагоны бывают следующих видов:

- Унагексафлексагон.
- Дуогексафлексагон.
- Тригексафлексагон.
- Тетрагексафлексагон.
- Пентагексафлексагон.
- Гексагексафлексагон.
- Гептагексафлексагон.

Гексафлексагон – это флексагон, имеющий форму шестиугольника.

Тетрафлексагон – это флексагон, имеющий форму четырехугольника.

❖ ***Унагексафлексагон*** – треугольный лист Мёбиуса. Полоску из трех треугольников разглаживают и подвернув один конец соединяют с другим. Унагексафлексагон имеет одну поверхность. Не сгибается.

❖ ***Дуогексафлексагон*** представляет собой просто шестиугольник, вырезанный из бумаги. У него две стороны, но он не складывается.

❖ ***Тригексафлексагон*** складывают из полоски бумаги, предварительно размеченной на 10 равносторонних треугольников. Тригексафлексагон – шестиугольный лист Мёбиуса. Имеет три поверхности. Может сгибаться.

❖ ***Тритетрафлексагон***

Простейший тетрафлексагон имеет три поверхности и поэтому называется тритетрафлексагоном. Его легко сложить из полоски бумаги, изображенной на рис. 1 (а — лицевая, б — оборотная сторона полоски). Перенумеруем квадраты на обеих сторонах полоски так, как это сделано на рис. 1. Перевернув полоску бумаги оборотной стороной вверх, перегнем ее слева направо вдоль вертикали, разделяющей две тройки, а затем загнем самый правый нижний квадрат (рис.1, в) и склеим его оборотную сторону с верхним квадратом прозрачной лентой (рис.1, г).

Также существует по крайней мере шесть типов четырехсторонних трафлексагонов, известных под названием тетратетрафлексагоны.

Для изготовления их удобнее всего взять прямоугольный кусок тонкого картона и разграфить его на 12 квадратов. Нумерация квадратов на обеих сторонах листа показана на рисунке (а и б).

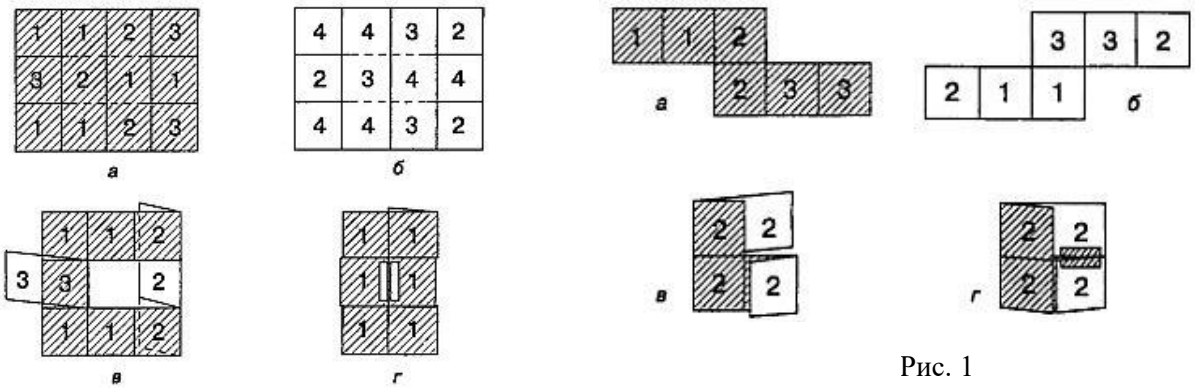


Рис. 1

Рис. 2

Пунктиром обозначены линии разрезов. Взяв прямоугольник так, чтобы лицевая его сторона (а) была обращена к нам, отогнем вниз и налево язычок из двух центральных квадратов с цифрами 2 и 1 и подогнем правый столбец. То, что при

этом получится, показано на рис. 2, в. Еще раз подогнем правый столбец и загнем на себя и вправо квадрат с тройкой, торчавший до сих пор слева. После этих операций все квадраты с 1 окажутся сверху. Два центральных квадрата склеим прозрачной лентой так, как показано на рис. 2, г.

Существует совсем другая разновидность тетрафлексагонов, обладающих необычным свойством: их можно сгибать вдоль двух взаимно перпендикулярных осей. Они также имеют по четыре и больше разворотов. Изготовить такие флексагоны можно из полоски бумаги в виде квадратной рамки.

❖ ***Гептагексафлексагон*** имеет семь поверхностей. Его складывают тремя способами из полосок бумаги, изображенных на рисунке 3. Первую полоску можно сложить двумя различными способами.

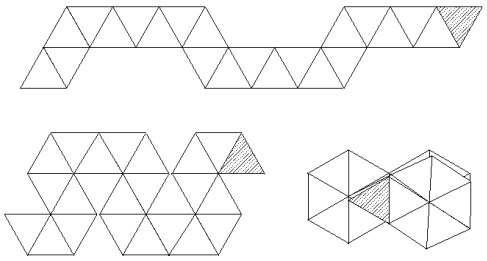
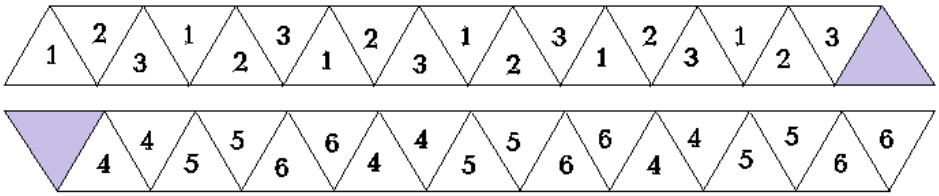


Рис. 3

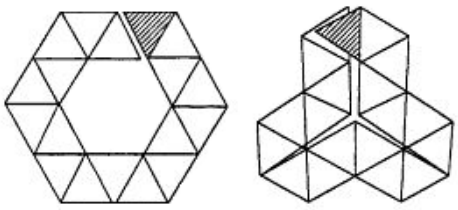
Третью форму этих флексагонов конструируют из полоски бумаги, имеющей вид восьмерки с перекрывающими частями. Это первая из фигур, которые Луи Таккерман назвал «флексагонными улицами». Поверхности этой фигуры можно перенумеровать так, что на «пути Таккермана» они будут встречаться «по порядку номеров», как дома на улице.

❖ ***Гексагексафлексагон*** складывают из полоски бумаги, разделенной на 19 равносторонних треугольников.

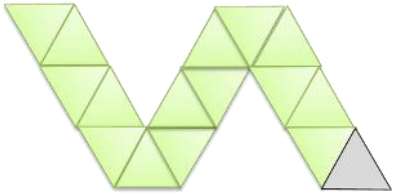


Треугольники на одной стороне полоски обозначены цифрами 1, 2, 3; треугольники на другой стороне – цифрами 4, 5, 6. Как складывать полоску, ясно из рисунка. Перегибая гексагексафлексагон, можно увидеть все шесть его разворотов.

Два других вида гексагексафлексагонов можно сделать из полосок бумаги, форма которых показана на рисунке.



❖ ***Пентагексафлексагон*** имеет пять поверхностей. Единственную разновидность этого флексагона складывают из полоски, показанной на рисунке.



Глава 2. Практическая часть

2.1 Применение флексагонов

В ходе исследовательской работы я выяснила, что флексагоны представляют собой не только необычные игрушки. Они сумели привлечь внимание в различных отраслях. Вот несколько примеров:

❖ Шарнир двойного действия, соединение которого присутствует на всех тетрафлексагонах, повсеместно используется для петель дверей и окон, в креплениях на настенные телевизоры, в раскладных телефонах.

❖ Необычный цикл изгибания фигур привлекает к ним внимание, из-за этого его используют в рекламных акциях. Помимо этого, к любому флексагону можно прикрепить плоский предмет (то, на что изготовители хотят обратить внимание), и можно быть уверенным, что этим предметом заинтересуются (также используется в маркетинге).

❖ Флексагоноподобные фигуры используются как самодельные открытки, игрушки (к сожалению, массовое производство так и не налажено).

❖ Флексагоны применяются как средство математического развития дошкольников и школьников младших классов. Это один из перспективных подходов к математическому развитию ребенка.

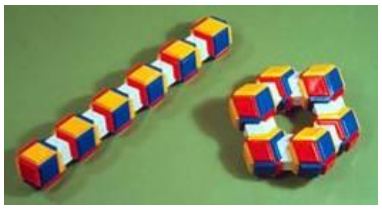
❖ Флексагоны можно применять на уроках математики при устном счете, если на их сторонах написать числа и знаки «+», «-», «×», «:». Выворачивая флексагон, можно числа складывать, вычитать, умножать и делить. Правда, при вычитании может получиться отрицательное число, а при делении – не всегда

получится целое.

❖ Флексоры, раскрашенные в разные цвета или сделанные из фольги, можно использовать в качестве елочных украшений или обычного оформления праздника.

❖ Необычно применение флексагона в качестве шпаргалки. Написав на его сторонах формулы или правила, можно вывернуть флексагон обычными раскрашенными сторонами наружу. Такой полезный флексагон вешается на шею, как кулон, а в нужный момент разворачивается.

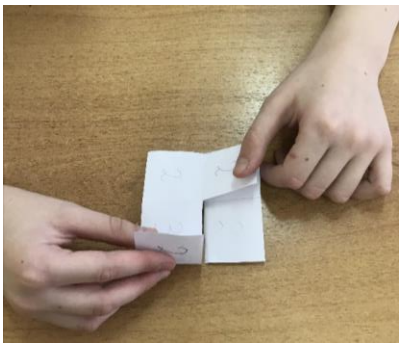
❖ Флексагоны связаны с различными науками и вещами: в форме флексагонов закручены молекулы веществ, в стиле флексагонов создаются интерьеры помещений и предметы меблировки.



2.2 Изготовление моделей флексагонов.

❖ Изготовление тритетрафлексагона.

Процесс изготовления данного вида флексагона подробно описано в видеоуроке https://youtu.be/z_xw62pClLE.

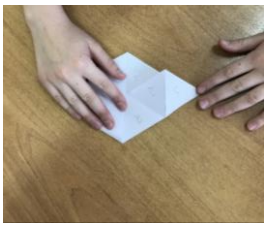


После изготовления модели тритетрафлексагона я решила сделать из него полезную шпаргалку, а именно записать на его поверхностях формулы, которые мы изучали на уроках математики.

Теперь в процессе игры я запомню полезную информацию.

❖ Для изготовления *тригексафлексагона* нам потребуется полоска бумаги, предварительно размеченная на 10 равносторонних треугольников.

Изготовления *тригексафлексагона* подробно описано в видеоуроке https://youtu.be/uT-gqDq2YVI.



Существует множество способов раскраски флексагонов, которые приводят к интересным головоломкам и самым неожиданным зрительным эффектам. Так, каждая поверхность гексагексафлексагона может появляться по крайней мере в двух различных видах в зависимости от того, как повернуты относительно друг

друга образующие ее треугольники. Например, если каждую поверхность разделить на части так, как показано на рис. 5, и выкрасить области A, B и C в различные цвета, то в центре видимой поверхности могут появиться и области A (именно этот случай и показан на рис. 5), и области B, и области C. На рис. 4 изображен геометрический узор, который, будучи нарисован на одном развороте флексагона, появляется на двух других разворотах, каждый раз принимая иной вид.

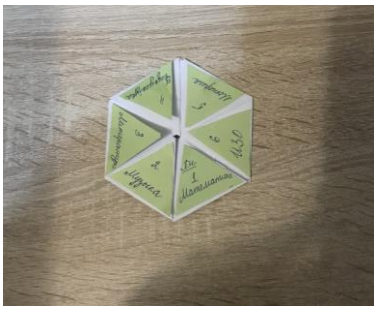
2.3 Использование «Умной шпаргалки»

Мы решили использовать флексагоны в качестве «Умной шпаргалки» при изучении темы: «Формулы». Написав на его сторонах формулы, вывернули флексагоны обычными раскрашенными сторонами наружу. Такой полезный флексагон вешается на шею, как кулон, а в нужный момент он разворачивается.

Совместно с учителем, были выбраны 10 человек из класса, которые при выполнении домашних заданий и подготовке к уроку использовали эту «умную шпаргалку». Из 10 учеников, принявших участие в эксперименте, у 8 произошел рост среднего балла по математике. Результат применения шпаргалки – повышение успеваемости. Запоминание формул произошло быстрее. Представленная информация выглядела как яркое впечатление. В учение были включены все виды памяти: зрительная, слуховая, двигательная и эмоциональная.

Наше творчество

1) Расписание уроков в форме гексагексафлексагона.



2) Справочник («Умная шпаргалка») по математике в форме тритетрафлексагона.

3) буклет в форме тригексафлексагона о нашей проектной работе.

Мы разработали:

1) подробные памятки по изготовлению рассмотренных в работе флексагонов, поясняя каждый шаг иллюстрациями (см. приложение 1; описание технологий изготовления флексагонов.)

Социологический опрос.

В ходе исследовательской работы был проведен социологический опрос с учащимися 5б класса по следующим вопросам:

1) Знаете ли вы, что такое флексагон?

Из 21 учащихся знают, что такое флексагон, 6 учащихся - 29% учащихся класса; 15 учащихся не знают, что составило 71%.

2)Заинтересовала ли вас тема «Флексагоны»?

13 учащихся из 21 тема заинтересовала, что составило 62% всех учащихся.

3) Сможете ли вы собрать флексагон, используя схему?

7 учащихся , 33% опрошенных, ответили, что смогут, 13 учащихся ,

62%, ответили - «возможно».

4) Какие качества необходимы ученику для изготовления моделей флексагона?

Аккуратность – ответили 10 учащихся, терпение - 5 учащихся, усидчивость - 4 , владеть основами геометрии - 3 учащихся, внимательность -2, целеустремленность – 1 ученик.

5)Знаете ли, где применяются флексагоны?

5 учащихся, 24% опрошенных, ответили, что знаю;16 учащихся, 76%, не знают.

Заключение

Данная работа принесла мне много новых знаний, навыков, я с удовольствием изучала новый для меня геометрический объект – флексагон.

А еще я познакомила с ним моих одноклассников. Под моим руководством каждый изготовил тетрафлексагон по памятке, оформив его поверхности математическими формулами. Многие заинтересовались этим удивительным объектом и попросили научить их изготавливать и другие виды флексагонов.

В процессе разворачивания флексагона я заметила удивительную особенность – при повторном открытии поверхности числа, написанные на ней, меняют свое местоположение, но всегда сохраняют взаимную ориентацию (не переворачиваются и не отражаются зеркально).

Прочитав специальную литературу, изучив природу флексагонов, изготовив их, можно сделать вывод: в их основе лежит чистая геометрия. Нельзя флексагоны воспринимать как обычное оригами. Это выходит далеко за рамки привычного нам «бумаголомания» и является геометрией. Этим вопросом занимались несколько известных математиков, поэтому флексагоны – это, с одной стороны, занимательная математика, а с другой, доказательство того, что существуют многогранники, обладающие способностью изгибаться и ломаться.

Мне было интересно заниматься этой работой, потому что, научившись практически изготавливать флексагоны, я через геометрию занимательную погрузилась в мир геометрии научной. Я познакомилась с трудами известных математиков, изучила свойства треугольника и шестигранника, методику построения равностороннего треугольника и тетраэдра, изучила вопрос жесткости

многогранников. Рассмотрела возможности применения флексагонов – в виде игрушек, открыток и т.д. Большого распространения данные фигуры не имеют, но тем не менее широко распространены в определенных научных областях: химия, математика, биология, технике (детали машин).

Моя работа предназначена тем, кто любит необычную и занимательную математику. Также работа может быть использована на уроках математики при изучении свойств треугольников, шестиугольников, тетраэдров.

Проблемы флексологии - науки о построении и всяческих закономерностях флексагонов, не занимают в созвездии наук столь серьезного положения. Тем не менее, многие люди отдают ей значительную долю своего свободного времени. И это не случайно. Флексология - одна из немногих наук, которыми можно заниматься как в одиночку, так и коллективами. Плодотворным занятиям этой наукой не мешают ни молодость, ни преклонный возраст. А главное, что подробного изложения теории нет до сих пор, и ничто не мешает нам, играя с самодельными флексагонами попытаться вывести собственную теорию. Нами были изучены флексагоны - шестиугольники, но возможны и другие формы, поэтому работа может быть продолжена. Есть ещё одна положительная сторона, занимаясь проектом, нам пришлось выполнять много измерений, чертежей, построений. Держа в руках флексагоны, я наглядно представляла отличие пространственной фигуры от плоской. В результате, с началом геометрии в седьмом классе, мы надеемся легко и быстро выполнять чертежи и измерения, а понятия планиметрия и стереометрия станут нам сразу понятны.

Работа предназначена тем, кто любит необычную и занимательную математику. Также работа может быть использована на уроках математики при изучении свойств треугольников, шестиугольников, тетраэдров.

«Несведущим в геометрии вход воспрещен», - гласила надпись над входом в помещение, где учил Платон. Для нашей работы эту надпись можно перефразировать: «Несведущим в геометрии вход разрешен». Приятно осознавать, что сделанная работа принесла удовлетворение не только нам, но и многим

ребятам, которые воспользовались нашими разработками и полезными советами, увидели такую серьёзную науку, как математика, с другой стороны.

Цели и задачи проекта полностью выполнены.

Изучен вопрос о происхождении флексагонов;

- описано правило составления и трактовки названий;
- разработаны подробные инструкции по конструированию;
- найдены шутки математиков о флексагонах;
- описаны применения флексагонов;
- придуманы и изготовлены собственные изделия в форме флексагонов;
- подготовлены развертки флексагонов и материалы, пользуясь которыми можно самим изготовить аналогичные изделия.

Работа апробирована в школе, проведен мастер-класс по их изготовлению.

Далее планируется:

- изучить другие виды флексагонов, подготовить соответствующие заготовки, разработать подробные инструкции по их изготовлению, создать видеоуроки по сборке этих флексагонов и разместить их на youtube.com;
- продолжить работу по поиску практических приложений флексагонов.

Список литературы

1) Гарднер М. Математические головоломки и развлечения: 2-е изд., испр. и дополн. /Пер. с англ. — М.: «Мир», 1999, 447с, ил.— (Математическая мозаика)
2) Панов А., Флексагоны, флексоры, флексманы. «КВАНТ» — 1988 - №7 *http://kvant.ras.ru/1988/07/fleksagony_fleksory_fleksmany.htm*
3) ВИКИПЕДИЯ. - URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/Флексагон.
4) Энциклопедия знаний. -URL: *http://www.pandia.ru/96559/*.
5) Болл У., Коксетер Г. Математические эссе и развлечения. - М.: Мир, 1986, С. 471.
6) Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. - М.: Мир, 1971, С. 235.
7) Дженкинс Д., Биар М. Математические головоломки. - М.: Центрполиграф, 2000,С. 32.
8) Долбинин Н. Жесткость выпуклых многогранников.// Квант. 1988. №5. С. 6 - 14.
9) Залгаллер В. Непрерывно изгибаемый многогранник. // Квант. 1978. № 9. С. 13 -19.
10) Панов А. А. Флексагоны, флексоры, флексманы. //Квант. 1989. №1. С. 10 -14.
11) Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н. Наглядная геометрия. Учебное пособие для 5-6классов. - М.: Мирос, 1995, С. 240.