

**VII открытый региональный конкурс исследовательских и проектных работ
школьников «Высший пилотаж - Пенза» 2025**

СЕКЦИЯ МАТЕМАТИКА

Площади и объемы тел вращения в практико-ориентированных задачах.

Исследовательская работа

Выполнена работ
Ученицей 10 класса
МАОУ ГИМНАЗИИ 216
«ДИДАКТ» г. Заречного
Астаховой Ангелиной Андреевной

Научный руководитель –
учитель математики
Зуева Татьяна Алексеевна

город Заречный Пензенской области
2024 год

Оглавление

1	Введение	1-2
2	Основная часть	2-5
2.1	История изучения основных тел вращения	2-3
2.2	Задача Архимеда	3-4
2.3	Формулы объемов и площадей поверхности тел вращения	4
2.4	Практико-ориентированные задачи в ОГЭ и ЕГЭ	4-5
3	Практическая часть	5
4	Заключение	6
5	Список использованных источников и литературы	7
6	Приложения	8-16

1. Введение

В учебниках математики предлагается большое количество технических упражнений, а задач практического содержания очень мало, а ведь практические задачи более сложные и трудоемкие. Конечно, легче предложить ученику примеры по подстановке данных в формулу, но гораздо важнее научить школьника решать практические задачи. Ведь умение решать жизненные задачи в разнообразных сферах деятельности, умение применять математику в различных ситуациях показывает на самостоятельность, саморазвитие школьника, на его заинтересованность к предмету и развивают критическое мышление ученика, что дает возможность развивать математическую грамотность. Моя работа называется «Площади и объемы тел вращения в практико-ориентированных задачах».

Объект: задачи по геометрии

Предмет: практико-ориентированные задачи

Цель: исследование эффективности использования практико-ориентированных задач на уроках математики.

Задачи:

- изучить теоретический материал о площадях и объемах тел вращения.
- ознакомиться с историей возникновения тел вращения.
- рассмотреть основные формулировки, свойства, теоремы.
- проанализировать банк задач ОГЭ и ЕГЭ, рассмотреть задачи практического характера.
- создать сборник практических задач.

Гипотеза: используя практико-ориентированные задачи на уроках математики, можно сделать процесс изучения интересным и увлекательным. Такие задачи развивают креативное, логическое мышление учащихся.

Мной использовались следующие **методы исследования:** теоретические, поисковые, сравнение, анализ.

2. Основная часть

2.1 История изучения основных тел вращения

Начало геометрии было положено в древности при решении чисто практических задач. За несколько сотен лет до нашей эры земледельцы пытались вычислить количество

собранного урожая по размерам куч и ёмкостей, где он хранился. Для астрономических наблюдений необходимо было изучать свойства самого шара и его частей.

Основные тела вращения, которые изучаются в школе – это цилиндр, шар и конус.

Слово **цилиндр** в переводе с древнегреческого языка означает валик, каток. Одним из наиболее интересных фактов об этом теле вращения являются «Цилиндры фараона». Они представляют собой два загадочных предмета, изображенных в руках некоторых древнеегипетских изваяний. Один неизвестный автор утверждал, что цилиндры служили для фараонов и жрецов предметами для укрепления жизненных сил и общения с богами. С цилиндром люди знакомы с глубокой древности. Основной практической потребностью стала задача вычисления объёмов, которая и была тогда одним из стимулов развития геометрии. В математике Древнего Востока, в частности в Вавилонии и Египте, был известен ряд правил для вычисления объёмов, чаще всего эмпирических. Один древнеегипетский писец Ахмес написал папирус (1800 год до н.э.), который представляет собой собрание решений 84 задач, имеющих прикладной характер. Одними из таких задач как раз и были задачи по определению объема цилиндрических силосов для хранения зерна. Также Ахмес хотел узнать площадь круга, лежащего в основании цилиндра, что привело к определению числа π .

Конус – в переводе с древнегреческого языка, означает сосновая шишка. История изучения конуса, также как и цилиндра, начинается с Древнего Востока и далее уходит в Древнюю Грецию. В трудах Евклида «Начала» есть следующее определение конуса: если вращающийся около одного из своих катетов прямоугольный треугольник слева вернется в то же самое положение, из которого он начал двигаться, то описанная фигура будет конусом. Евклид рассматривает только прямой их вид. Также есть теоремы, относящиеся к конусам. Это теоремы об отношении объема конуса и объема соответствующего ему цилиндра, об отношении объемов двух конусов с равными основаниями, о площадях оснований двух равновеликих конусов. Аполлоний Пергский, ученик Евклида, занимался сечениями конуса и изложил теорию в книгах «Конические сечения». Также в этих трудах введено понятие конической поверхности, которой у Евклида не было. Архимед в своем наиболее известном трактате «О шаре и цилиндре» доказывает теорему о площади боковой поверхности равнобедренного (то есть прямого кругового) конуса.

Под **шаром** принято понимать тело, которое ограничено сферой. Считается, что шар и сфера разные геометрические тела. Однако оба этих слова происходят от одного и того же греческого слова «сфайра», что в переводе означает мяч. В древности и сфера и шар всегда были в большом почёте. Астрономические наблюдения над небесным сводом вызывали образ сферы. По мнению Аристотеля, шарообразная форма, как наиболее совершенная, свойственна Солнцу, Земле, Луне и всем мировым телам. Таким образом, сами названия геометрических фигур показывали, что геометрия возникла для решения практических задач и с самого начала была тесно связана с практикой, с человеческим трудом.

2.2 Задача Архимеда

Архимед развил методы нахождения площадей поверхностей и объёмов различных фигур и тел. Его математические работы намного опередили своё время и были правильно оценены только в эпоху создания дифференциального и интегрального исчисления. Но только Архимед нашёл гораздо более общий метод вычисления площадей или объёмов; для этого он усовершенствовал и виртуозно применял метод исчерпывания Евдокса Книдского.

В своей работе «Послание к Эратосфену о методе» он использовал бесконечно малые для вычисления объёмов. Идеи Архимеда легли впоследствии в основу интегрального исчисления. Лучшим своим достижением он считал определение поверхности и объёма шара — задача, которую до него никто решить не мог. Архимед просил выбить на своей могиле шар, вписанный в цилиндр. В его произведении «О шаре и цилиндре» есть следующие теоремы:

1. Площадь поверхности сферы равна учетверённой площади её большого круга.
2. Объём шара равен учетверённому объёму конуса, основанием которого служит большой круг, а высотой – радиус шара.
3. Объём цилиндра в полтора раза больше объёма вписанного в него шара.
4. Площадь поверхности цилиндра равна площади поверхности вписанной сферы.

Представим, что в цилиндр вписан полушар. Если представить трудно, вообразите, что в кастрюлю положили половину арбуза, который в точности подошёл и по ширине, и по высоте (рис. 1). Теперь вообразите, что в тот же цилиндр вписан конус (в ту же кастрюлю поставили воронку подходящего размера), (рис. 2). Если объём конуса равен 1, то оказывается, объём полушара равен 2, а объём цилиндра равен 3. Получается, что объёмы конуса, полушара и цилиндра одинакового радиуса(и такой же высоты), относятся как 1:2:3.

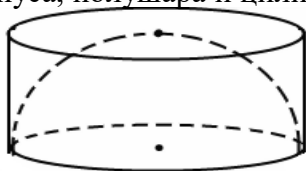


Рис. 1

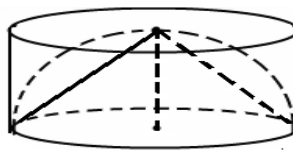


рис. 2

Объём конуса в точности равен объёму, заключённому между поверхностями конуса и полушара, и в точности равен объёму, заключённому между поверхностями полушара и цилиндра. Считается, что впервые обнаружил этот факт Архимед.

2.3. Формулы объёмов и площадей поверхности тел вращения (приложение 1)

Объём — количественная характеристика пространства, занимаемого телом или веществом. Объем геометрической фигуры измеряется в кубических единицах.

Площадь поверхности – аддитивная числовая характеристика поверхности. Различают два вида площадей поверхности тел: $S_{\text{бок}}$ - площадь боковой поверхности тела, и $S_{\text{п.п}}$ (P) - площадь полной поверхности тела, которая равна сумме площадей боковой поверхности и основания тела. Площадь поверхности геометрической фигуры измеряется в квадратных единицах. Очень часто используется в повседневной жизни, в строительстве, на производствах. Например, нужно вам покрасить комнату, зная сколько краски используется на кв. метр, и площади стен комнаты легко можно вычислить, сколько всего вам нужно купить краски.

Свойства объёма и площадей геометрических тел:

- аддитивность, если тело разбито на части, являющиеся простыми телами, то объём этого тела равен сумме объёмов его частей; площадь этого тела равна сумме площадей ее частей
- равные тела имеют равные объёмы и площади;
- объём куба, ребро которого равно единице длины, равен единице, площадь квадрата со стороной, равной единице измерения, равна единице.

2.4 Практико-ориентированные задачи в ОГЭ и ЕГЭ

Решение практико-ориентированных задач в большей степени строится на построении модели реальной ситуации, описанной в конкретной задаче. Особенности практико-ориентированных задач:

- значимость (общекультурная, познавательная, профессиональная, социальная) получаемого результата;
- условие задачи сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета — математики, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задачи;
- различная форма представления информации (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т. д.), что потребует распознавания объектов;
- указание (явное или неявное) области применения результата решения.

Проанализировав задачи ОГЭ и ЕГЭ, хочется отметить, что в задачах ОГЭ появился новый блок – «практико-ориентированные задачи», который заменил модуль «Реальная математика», а в ЕГЭ есть задачи и на комбинацию тел, на нахождение объема жидкости или объема детали, полностью погруженной в тело. Таким образом, практико-ориентированные задачи включены в экзаменационный материал по математике.

3. Практическая часть

Цель практических занятий состояла в том, чтобы показать достоинство практико-ориентированных задач перед стандартными задачами геометрии. Показать, что задачи, условия которых описывают реальную ситуацию, в большей степени заинтересовывают учащихся при решении, развивают логическое и креативное мышление обучающихся.

На практическом занятии учащимся были предложены задачи двух типов: стандартные задачи и задачи с практической направленностью (по 10 штук). Большая часть класса выбрала стандартные задачи, другая часть - практико-ориентированные задачи. В группах ребятам надо было решить задачи с помощью знакомых им методов, формул. Хочется отметить, что группе, которая решала стандартные задачи, понадобилось меньше времени на решение 10 задач, чем другой группе. Ребятам пришлось четко проанализировать задачи с реальной ситуацией, проконтролировать свой результат, времени потребовалось больше. На втором практическом занятии ребятам было предложено самим составить и решить задачи в реальной ситуации. Хочется отметить, что задачи получились разные: от простых до сложных. Это было продуктивное занятие, так как ребята оказались в роли разработчиков практико-ориентированных задач, учащиеся должны были проанализировать, самопробировать, сделать коррекцию, провести самооценку, осуществить самоконтроль.

В 8, 9, 10, 11 классах я провела анкетирование, в котором участвовало 76 человек.

Проанализировав анкеты, можно сделать следующие выводы:

- математика не может существовать без задач, считают 66 % опрошенных.
- 51 % опрошенных знают, что такое практико-ориентированные задачи.
- 82 % правильно определили отличие практико-ориентированной задачи от стандартной.
- 82 % считают, что легче решать стандартные задачи, но 79 % считают, что интереснее решать задачи, которые строятся на реальной ситуации.

- 64 % опрошенных считают, что математика нужна людям любой профессии, а вот 36 % считают иначе. Но все-таки 68 % уже сейчас приходится решать математические задачи в реальной жизни.

На вопрос: Считаете ли вы математику важной наукой? Почему?

Ребята отвечали по-разному. Привожу некоторые размышления учащихся на данный вопрос:

8 класс: - Математика - важная наука, почти во всех сферах жизни есть цифры, задачи, уравнения, которые нужно постоянно решать.

- Я считаю математику важной наукой, потому что она дает нам базовые знания для жизни.

- Математика улучшает аналитические способности человека, помогает реализовать весь умственный потенциал человека.

- Практико-ориентированные задачи развивают мышление, логику, что говорит о важности периодически делать математические вычисления.

9 класс: - Базовые знания математики необходимо для жизни в обществе.

- Я считаю, математику важной наукой, так как она развивает мышление и логику.

- Математика присутствует почти в каждой области нашей жизни.

- Да, потому что все науки держаться на математике.

- Математика - важнейшая наука, потому что благодаря ей (ее содержанию, задачам разного типа) у человека развивается логическое, креативное мышление.

10 класс: - Я считаю важной наукой, потому что она необходима нам в повседневной жизни и для развития людей.

Результаты анкетирования представлены в **приложении 2**

4. Заключение

В результате проведенного исследования я:

1. Познакомилась с теоретическим материалом о площадях и объемах тел вращения.
2. Подтвердила свою гипотезу о том, что без практико-ориентированных задач в математике не обойтись;
3. Убедилась в том, что используя практико-ориентированные задачи на уроках математики, можно сделать процесс изучения интересным и увлекательным. Такие задачи развивают креативное, логическое мышление учащихся.
4. Составила сборник практико-ориентированных задач на тему «Площади и объемы тел вращения», в который так же включила задачи учащихся. В дальнейшем сборник будем пополнять новыми задачами (**приложение 3**)

Собранный нами материал можно использовать на уроках, а также на факультативных занятиях, на математических кружках. Материал, представленный в этой работе, будет также полезен всем, кто интересуется вопросами математики.

5. Список использованных источников и литературы

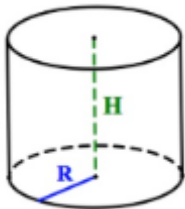
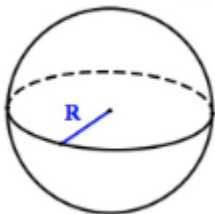
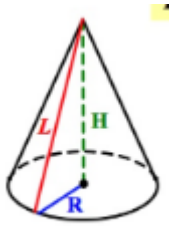
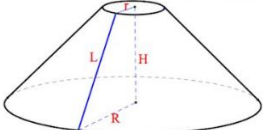
- 1) Архимед. О шаре и цилиндре. Книга I // Архимеда две книги о шаре и цилиндре, измерение круга и леммы / Пер. с греч. и лат. Ф. Петрушевского. — СПб., 1823.
- 2) Дубровский В. Н., В поисках определения площади поверхности. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант", 1978. — № 5. — С. 31—34.
- 3) Назарова, С. Н. Практико-ориентированные задачи по математике как средство повышения качества обучения // Вестник науки и образования. № 12 (24). 2016. с. 94-95.
- 4) Скурихина Ю.А., авт.-сост. Практико-ориентированные задачи по математике. 5-6

класс. Учебное пособие. КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области», ООО «Издательство «Радуга-ПРЕСС»2019. 192 с.

Интернет-ресурсы:

- 1) https://math-ege.sdamgia.ru/test?category_id=194&filter=all
- 2) <https://resh.edu.ru/subject/lesson/4904/main/280339/>
- 3) <https://resh.edu.ru/subject/lesson/4906/main/84069/>
- 4) <https://resh.edu.ru/subject/lesson/2031/main/>
- 5) <https://oge.sdamgia.ru/>

Формулы объемов и площадей поверхности тел вращения

	Объем	Площадь боковой поверхности	Площадь полной поверхности
Цилиндр 	$V = \pi R^2 h$	$S_{бок} = 2\pi R h$	$S_{п.п} = 2\pi R h + 2\pi R^2$
Шар 	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$		$S = 4\pi R^2$
Конус  L - образующая	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$	$S_{бок} = \pi R L$	$S_{п.п} = \pi R L + \pi R^2$
Усеченный конус 	$V = \frac{1}{3}\pi h(r^2 + r \cdot R + R^2)$	$S_{бок} = \pi L(r + R)$	$S_{п.п} = \pi(r^2 + (r + R)L + R^2)$

Анализ анкет.

Участники	8 класс	9 класс	10 класс	11 класс	Итого
Количество	24 человека	20 человек	23 человека	9 человек	76 человек

1 вопрос: Нравится ли вам предмет «математика»?

	Да	%	Нет	%
8 класс	20 человек	83	4 человека	17
9 класс	17 человек	85	3 человека	15
10 класс	9 человек	39	14 человек	61
11 класс	6 человек	67	3 человека	33
Итого	52 человека	68	24 человека	32

2 вопрос: Как вы считаете, может ли математика существовать без задач?

	Да	%	Нет	%
8 класс	9 человек	38	15 человек	63
9 класс	8 человек	67	12 человек	33
10 класс	8 человек	35	15 человек	65
11 класс	1 человек	11	8 человека	89
Итого	26 человек	34	50 человек	66

3 вопрос: Знаете ли вы, что такое практико-ориентированные задачи?

	Да	%	Нет	%
8 класс	7 человек	41	17 человек	59
9 класс	10 человек	50	10 человек	50
10 класс	15 человек	65	8 человек	35
11 класс	7 человек	78	2 человека	22
Итого	39 человек	51	37 человек	49

4 вопрос: Как вы думаете, чем отличается стандартная задача от практико-ориентированной задачи?

	Алгоритм решения задачи в явном виде отсутствует	%	Алгоритм решения такой же, как и при решении стандартной задачи	%
8 класс	22 человека	92	2 человека	8
9 класс	17 человек	85	1 человек	15
10 класс	16 человек	70	7 человек	30
11 класс	7 человек	78	2 человека	22
Итого	62 человека	82	12 человек	18

5 вопрос: На ваш взгляд, каких задач больше в математике?

	Стандартных	%	Практико-ориентированных	%
--	-------------	---	--------------------------	---

8 класс	18 человек	75	6 человек	25
9 класс	15 человек	75	5 человек	25
10 класс	17 человек	74	6 человек	26
11 класс	9 человек	100	0 человек	0
Итого	59 человек	78	17 человек	22

6 вопрос: Как вы думаете, какие задачи легче решать?

	Стандартные	%	Практико-ориентированные	%
8 класс	19 человек	79	5 человек	21
9 класс	18 человек	90	2 человека	10
10 класс	18 человек	78	5 человека	22
11 класс	7 человек	88	2 человека	12
Итого	62 человека	82	14 человек	18

7 вопрос: Как вы думаете, какие задачи интереснее?

	Стандартные	%	Практико-ориентированные	%
8 класс	5 человек	26	19 человек	73
9 класс	2 человека	10	18 человек	80
10 класс	8 человек	35	15 человек	65
11 класс	1 человек	11	8 человек	88
Итого	16 человек	21	60 человек	79

8 вопрос: Считаете ли вы, что знание математики необходимо людям любой профессии?

	Да	%	Нет	%
8 класс	20 человек	83	4 человека	16
9 класс	10 человек	50	10 человек	50
10 класс	13 человек	57	10 человек	43
11 класс	6 человек	67	3 человека	33
Итого	49 человек	64	27 человек	36

9 вопрос: Приходится ли вам решать математические задачи в реальной жизни?

	Да	%	Нет	%
8 класс	15 человек	63	9 человек	38
9 класс	11 человек	55	9 человек	45
10 класс	17 человек	74	3 человека	13
11 класс	6 человек	67	3 человека	33
Итого	52 человека	68	24 человека	32

10 вопрос: Считаете ли вы математику важной наукой? Почему?

8 класс: Математика- важная наука, почти во всех сферах жизни есть цифры, задачи, уравнения, которые нужно постоянно решать.

Я считаю математику важной наукой, потому что она дает нам базовые знания для жизни.

Математика важна, ведь она развивает мышление не только в задаче, но и в жизни.

Да считаю. Математика улучшает аналитические способности человека, помогает реализовать весь умственный потенциал человека.

Математика развивает мышление, логику, что говорит о важности периодически делать математические вычисления.

9 класс: Знание базовых знаний математики необходимо для жизни в обществе.

Я считаю математику важной наукой так как она развивает мышление и логику.

Математика присутствует почти в каждой области нашей жизни.

Да, потому что все науки держаться на математике.

Математика- важнейшая наука, потому что благодаря ей у человека развивается логическое мышление.

10 -11 класс: Я считаю важной наукой, потому что она необходима нам в повседневной жизни и для развития людей.

Да, считаю, потому что математика, а также включенные в неё практико-ориентированные задачи, развивает логическое мышление, что помогает людям в разной деятельности.

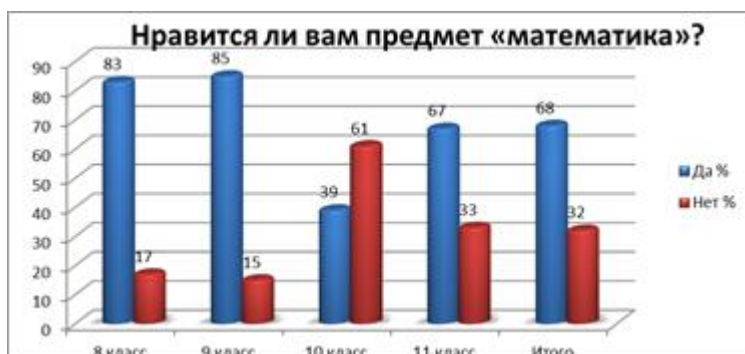
Математика- важная наука, потому что она помогает развивать мозг и помогает в некоторых моментах реальной жизни.

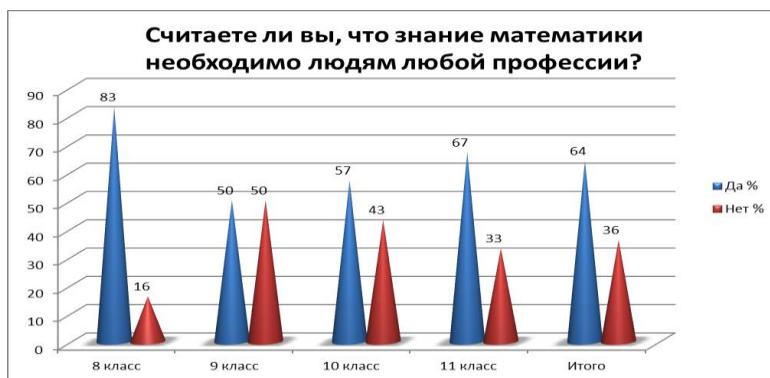
Я считаю, что математика важная наука, потому что в современном мире без нее невозможно развитие технологий.

Да, считаю. Практически все важные бытовые расчет требуют знания хотя бы базовой математики.

Вывод: Большинству нравится математика, и они знают, что такое практико-ориентированные задачи. Многие ученики думают, что математика не может существовать без задач, и знание математики необходимо любой профессии. Ученики отличают практико-ориентированные задачи от стандартных, и считаю, что легче решать стандартные, но интереснее и эффективнее для закрепления и понимания материала необходимо решать практико-ориентированные задачи, которые развивают логическое мышление.

Сравнительный анализ в диаграммах.





Практико-ориентированные задачи по теме «Площади и объемы тел вращения»

Задача 1

Конфеты «Трюфель» имеют форму конуса. Для каждой такой конфеты в коробке предусмотрена твердая обертка в форме цилиндра, имеющая с конфетой одинаковое основание и высоту. Найдите объем «Трюфеля», если объем обертки равен 45.

Решение:

- 1) $R_{ц} = R_{к}, H_{ц} = H_{к}$
- 2) $V_{цил.} = \pi R^2 H, V_{к} = (\pi R^2 H)/3 = V_{цил.}/3 = 45/3 = 15$

Задача 2

Коническая упаковка конфет «Fереро Рosher» имеет диаметр 6 и высоту 2. Сколько пластиковых листов потребуется для упаковки, если размер листа 0,7*1,4, а на швы тратится 10 процентов от упаковки?

Решение

- 1) Вычислим площадь листа пластика: $0,7 \cdot 1,4 = 0,98$
- 2) Вычислим радиус конуса $R = 0,5d = 0,5 \cdot 6 = 3$
- 3) Образующую найдем по теореме Пифагора: $L = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$
- 4) $S_{бок} = \pi \cdot R \cdot L = \pi \cdot 3 \cdot \sqrt{13} = 3\sqrt{13}\pi$
- 5) $S \text{ материала} = 3\sqrt{13}\pi + 0,1 \cdot 3\sqrt{13}\pi = 3,3\sqrt{13}\pi \approx 37,36$
- 6) Найдем количество листов: $37,36 : 0,98 = 38,12 \approx 39$ пластиковых листов.

Ответ: 39 листов

Задача 3

В кондитерскую фабрику поступил заказ на муссовый торт в форме шара, объем которого составляет 288π см кубических. На 1 квадратный см торта приходится 3 г гляссажа. Сколько граммов гляссажа потребуется для полного покрытия торта?

Решение:

- 1) Найдем радиус торта: $V = 4/3\pi r^3, 288\pi = 4/3\pi r^3$, следовательно $r = 6$.
- 2) Найдем площадь поверхности торта:
 $S = 4\pi r^2, S = 4\pi \cdot 36 = 144\pi = 144 \cdot 3,14 = 452,16$
- 3) Найдем массу гляссажа: $m = 452,16 \cdot 3 = 1356,48$ г

Ответ: 1356,48 г

Задача 4

На фабрике по производству елочных игрушек каждое изделие плотно упаковывают в пленку. Рассчитайте сколько пленки понадобится для коробки, в которой поместятся 25 елочных игрушек в форме шара диаметром 8 см. Ответ дайте в см.

Решение:

- 1) Найдем площадь поверхности одной елочной игрушки:
 $S = 4\pi r^2, S = 4\pi \cdot (8/2)^2 = 64\pi = 64 \cdot 3,14 = 200,96 \text{ см}^2$
- 2) Найдем количество пленки на 25 игрушек
 $200,96 \cdot 25 = 5024 \text{ см}^2$

Ответ: 5024 см²

Задача 5

Хозяин решил выкопать у себя на даче бассейн либо в форме параллелепипеда с размерами $6 \times 3 \times 1,4$, либо круглой формы диаметром 4 м и глубиной 1,4 м. Сколько литров воды потребуется, чтобы заполнить водой бассейны? Какой бассейн выгоднее вырыть хозяину?

Решение:

1) Найдем объем бассейна в форме параллелепипеда:

$$V = abc = 6 \cdot 3 \cdot 1,4 = 25,2 \text{ м}^3 = 25\,200 \text{ л}$$

2) Найдем объем бассейна в форме полусферы:

$$V = (4/3\pi \cdot R^3) : 2 = 2/3 \cdot 3,14 \cdot 2^3 \approx 16,747 \text{ м}^3 = 16\,747 \text{ л}$$

$25\,200 > 16\,747$, значит выгоднее вырыть бассейн в форме параллелепипеда, так как воды потребуется меньше

Ответ: 25 200 л, 16747 л, выгоднее вырыть бассейн в форме полусферы, так как воды потребуется меньше.

Задача 6

Крыша силосной башни имеет форму конуса. Высота башни - 3 м, диаметр башни - 8 м. Сколько листов железа потребовалось для покрытия крыши, если лист имеет размеры $1,2 \times 2,5$ м, а на швы идет 10 % требующего покрытия крыши?

Решение:

1) Вычислим площадь листа: $1,2 \cdot 2,5 = 3 \text{ м}^2$

2) Вычислим радиус конуса $R = 0,5d = 0,5 \cdot 8 = 4$

3) Образующую найдем по теореме Пифагора: $L = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ м}$

4) $S_{\text{бок}} = \pi \cdot R \cdot L = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi$

5) $S \text{ материала} = 20\pi + 0,1 \cdot 20\pi = 22\pi \approx 69,08$

6) Найдем количество листов: $69,08 : 3 = 23,02 \approx 24$ листа железа.

Ответ: 24 листа железа.

Задача 7

Салют «Золотой цветок» цилиндрической формы с диаметром 16 см, а высотой 10 см необходимо обернуть в яркую пленку. Сколько потребуется заплатить за пленку для того, чтобы ей обернуть 735 салютов «Золотой цветок»? 1 м² пленки стоит 156 рублей.

Решение:

1) Найдем площадь поверхности одного салюта

$$S_{\text{бок}} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot d/2 \cdot h = 2 \cdot 3,14 \cdot 8 \cdot 10 = 502,4 \text{ (см}^2\text{)}$$

2) Найдем количество пленки на 735 салютов

$$735 \cdot S_{\text{бок}} = 502,4 \cdot 735 = 369\,264 \text{ (см}^2\text{)} = 36,9264 \text{ м}^2$$

3) Найдем стоимость пленки

$$156 \cdot 36,9264 = 5760,5184 \approx 5760,52 \text{ рубля}$$

Ответ: 5760,52 руб

Задача 8

Поступил заказ на кекс с клубничной начинкой. Кекс имеет форму усеченного конуса. Внутри кекса вырезали цилиндрическую полость, в которую должны залить начинку из клубники до краев. Нижняя грань начинки расположена на половине кекса. Найдите объем кекса без начинки, если диаметр большего основания кекса равен 6 см, диаметр меньшего основания кекса равен диаметру полости начинки. Расстояние между краем кекса и начинки 2 см, а высота кекса 4 см.

Решение:

1) Найдем диаметр полости для начинки.

$$6 - 4 = 2 \text{ см} - d, \text{ значит } R = 1 \text{ см}$$

2) Найдем высоту начинки

$$H_{\text{начинки}} = 4/2 = 2 \text{ (см)}$$

3) Найдем объем начинки

$$V_{\text{начинки}} = \pi R^2 H = 3,14 \cdot 1^2 \cdot 2 = 6,28 (\text{см}^3)$$

4) Найдем объем кекса с начинкой

$$V = 1/3 \pi H (r^2 + r \cdot R + R^2) = 1/3 \cdot 3,14 \cdot 4 (1 + 1 \cdot 3 + 9) = 54,43 (\text{см}^3)$$

5) Найдем объем кекса без начинки

$$54,43 - 6,28 = 48,15 (\text{см}^3)$$

Ответ: 48,15 см³

Задача 9

Хватит ли 13400 см³ фисташкового мороженого, чтобы наполнить 45 вафельных рожков конической формы, диаметр основания каждого 10 см, а образующая 13 см.

Решение:

1) Найдем высоту рожка по теореме Пифагора

$$H = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ см.}$$

2) Найдем объем одного рожка

$$3) V_k = (\pi R^2 H)/3 = (3,14 \cdot 25 \cdot 12)/3 = 314 \text{ см}^3$$

4) Найдем объем 45 рожков

$$5) 314 \cdot 45 = 14130 (\text{см}^3)$$

$$6) 13400 \text{ см}^3 < 14130 (\text{см}^3)$$

Ответ: не хватит 13400 см³ фисташкового мороженого, чтобы наполнить 45 вафельных рожков конической формы

Задача 10:

Валентина на новый год решила сшить костюм волшебника, в состав которого входит шляпа мага. Рассчитайте количество материала (в см²) на шляпу, если диаметр головы девочки 16 см, а высота необходимая для шляпы 40 см, образующая 45 см, поля шляпы 15 см. С учетом 10% ткани, чтобы сшить детали вместе.

Решение:

Шляпа состоит из двух частей: кольца (поля шляпы) и конуса (верх шляпы)

1) Найдем площадь боковой поверхности верха шляпы (конуса)

$$S_{\text{бок}} = \pi R L = 3,14 \cdot 8 \cdot 45 = 1130,4 \text{ см}^2$$

$$\text{С учетом } 1130,4 + 0,1 \cdot 1130,4 = 1243,44 \text{ см}^2$$

2) Найдем площадь кольца (полей шляпы), используя площадь круга

$$S = \pi R^2.$$

S_1 – площадь внутреннего круга, S_2 – площадь большого круга.

$$S_{\text{кольца}} = S_2 - S_1 = 3,14 \cdot (23^2 - 8^2) = 1460,1 \text{ см}^2$$

$$\text{С учетом } 1460,1 + 0,1 \cdot 1460,1 = 1606,11 \text{ см}^2$$

3) Найдем количество ткани

$$1243,44 \text{ см}^2 + 1606,11 \text{ см}^2 = 2849,55 \text{ см}^2$$

Ответ: 2849,55 см²

**Рецензия на работу обучающейся 10 класса МАОУ ГИМНАЗИЯ № 216
«ДИДАКТ» Астаховой Ангелины «Площади и объемы тел вращения в
практико-ориентированных задачах»**

Рецензируемая работа «Площади и объемы тел вращения в практико-ориентированных задачах» Астаховой Ангелины направлена на создание сборника практико-ориентированных задач, который можно использовать на уроках математики во всех классах, кружковой работы, а также при подготовке к испытаниям по математике, направленным на формирование функциональной (математической) грамотности.

Поставленная в работе проблема является актуальной, так как умение решать жизненные задачи в разнообразных сферах деятельности, умение применять математику в различных ситуациях развивает критическое мышление ученика, формирует способность делать выбор и выстраивать свой жизненный маршрут. В современных учебниках математики появились практико-ориентированные задачи, но их количество и уровень сложности недостаточные.

Ангелина описала историю возникновения и изучения основных тел вращения: шар, цилиндр, конус, изучаемых в курсе геометрии. Особое внимание уделено вкладу Архимеда в развитие математического образования. Архимед нашёл гораздо более общий метод вычисления площадей или объёмов; для этого он усовершенствовал и виртуозно применял метод исчерпывания Евдокса Книдского. Лучшим своим достижением Архимед считал определение поверхности и объёма шара — задача, которую до него никто решить не мог.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к исследовательской работе: актуальность, проблемы, предмет, объект, гипотеза, основная часть, исследование и его анализ, заключение. Центральным вопросом работы являются практико-ориентированные задачи.

Автор проявил умения организации деятельности обучающихся других классов и высокий уровень самоорганизации. В результате проведения исследования были организованы занятия по решению практико-ориентированных задач для выявления трудностей математического характера и возможности поддержания интереса к изучению математики.

Проведенные опросы позволили Ангелине систематизировать и обобщить материал, сделать выводы, которые позволили выстроить дальнейшее направление исследования.

Были организованы занятия по составлению практико-ориентированных задач, что, по мнению автора, было наиболее интересным и сложным.

Несомненный интерес представляют выводы автора о том, что использование практико-ориентированных задач на уроках математики, может сделать процесс изучения интересным и увлекательным. Такие задачи развивают креативное и логическое мышление учащихся.

Завершают работу приложения, содержащие аналитический материал и сборник задач, составленный учениками гимназии.

Практическая ценность заключается в том, что данный сборник задач может быть использован на уроках, а также на факультативных занятиях, на математических кружках. Материал, представленный в этой работе, будет также полезен всем, кто интересуется вопросами математики.

Рецензент проекта: Бурлакова Светлана Адамовна
учитель математики высшей квалификационной категории.