

Всероссийский конкурс исследовательских и проектных работ
школьников «Высший пилотаж»

ТОЧНАЯ НАСТРОЙКА

ПРОЕКТ

Направление «*Физика*»

Автор: Акжигитова Элина Руслановна,
учащийся 11 «Б» класса
МОУ СОШ №9 г. Каменка

2024 г.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Базовые понятия.....	5
Интервалы. Транспонирование.....	6
Построение нот.....	7
Разные настройки.....	8
Пифагоров строй. Pythagorean tuning.....	9
Чистый строй. Just intonation.....	10
Среднетоновый строй. Meantone temperament.....	12
Равномерно темперированный строй. Equal temperament.....	14
Способы настройки.....	15
Эталон частоты.....	15
Чем настраивать.....	16
Инструменты с чистым строем.....	17
ВЫВОД.....	17
Источники информации и полезные ссылки:.....	21

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире музыка окружает нас повсюду: от концертных залов до улиц наших городов. Музыкальные инструменты играют ключевую роль в создании музыкального искусства, а точность их настройки напрямую влияет на качество звучания. Однако, несмотря на значительный прогресс в технологии производства и настройки инструментов, достичь абсолютной точности настройки остается недостижимой задачей. Этот феномен вызывает интерес не только у музыкантов, но и у ученых, изучающих физику звука.

Актуальность данного проекта обусловлена желанием глубже понять природу звука. Разгадывание причин, по которым полная точность настройки музыкальных инструментов остается недостижимой, может пролить свет на многие аспекты взаимодействия человека с музыкой, а также способствовать разработке новых методов настройки и производства инструментов.

Цель проекта изучение физических и математических принципов, лежащих в основе процесса настройки музыкальных инструментов, а также анализ основных препятствий, влияющих на достижение абсолютной точности.

В рамках проекта планируется решить следующие задачи:

1. Изучить основные теоретические принципы физики звука, связанные с воспроизведением музыкальных тонов.
2. Исследовать существующие методы настройки различных музыкальных инструментов и выявить их ограничения. Исследования звука с точки зрения музыкальной теории.
3. Разработать рекомендации по улучшению точности настройки, основываясь на полученных данных.

В ходе выполнения проекта предполагается использование разнообразных источников информации, включая научные публикации, интервью у педагогов музыкальных учреждений, а также проведение экспериментальных исследований при возможности.

Базовые понятия.

Звук – это физическое явление, которое представляет собой распространение волн в среде. Волна же является возмущением частиц с определённой периодичностью. Для слуха больше всего имеет значение критических точек волны (например, синусоиды).

Частота – это величина измеряется в герцах и показывает сколько раз в секунду синусоида (или другая периодическая функция) достигает критических точек. Чем больше частота, тем для слуха нота выше.

Нота – состоит из множества частот с соотношением 1:2:3:4:5:6 и т.д, что ещё называется гармонией. Главной в ноте считается первая частота, которая лучше всего улавливается слухом. В стандартном общепринятом строе эталоном ноты считается нота Ля первой октавы = 440 герц.

Интервал – дистанция между нотами, которую ещё можно назвать отношение между частотами нот. Может записываться как в виде дроби, так и с помощью музыкальных терминов, например, чистая кварта – $3/2$. Является главной составляющей для музыки, не так важны сами ноты, как их соотношения.

Обозначение для нот – имеется несколько вариаций зависящих от разных методик обучения (итальянской, английской и т.д). Например, мы все привыкли к названиям до, ре, ми; но в большинстве своём ноты называют латинскими буквами, начиная с ноты Ля (A) до ноты соль (G), идя в алфавитном порядке. И ноту си иногда именуют как H, но в западной музыке и её теоретических источниках (которые были использованы мной), си обозначают – B.

Интервалы. Транспонирование.

В музыке сами ноты не играют роли. Только малая часть музыкантов (не говоря уже о простых людях) имеет абсолютный слух, что представляет собой возможность слышать различие между частотами и распознавать отдельные ноты. Подавляющее большинство же имеет скорее что-то схожее с интервальным слухом, который в свою очередь представляет собой способность слышать различие между нотами и отталкиваясь от одной частоты предполагать, как будет звучать вторая.

Одна и та же мелодия может быть сыгранна от разных нот, но с сохранением отношений между ними, тогда слушатель и не почувствует никакого глобального изменения. Наш мозг так устроен, что услышав мелодию с идентичными соотношениями (даже если сами частоты не совпадают), он склонен считать, что звучат одинаковые мелодии.

Этот трюк используют певцы. Имея ограниченный диапазон голоса, он может не достать до нот, если они находятся слишком высоко. Тогда воспользовавшись понижением всей мелодии на определенное количество нот, певец может спокойно продолжать свою работу, не боясь остаться без голоса. А приём, который он использовал называется **транспонирование**.

Один из важнейших интервалов, о котором знали ещё древние греки, это – **октава**. Соотношение частот в октаве это $2/1$, к примеру, $880/440$. Октава очень приятна слуху, настолько, что существует термин *octave equivalence* (октавная эквиваленция) или иными словами ноты настолько схожи, что для многих они звучат почти идентично. Выше было сказано, что нота содержит кучу побочных частот, кроме основной, и соотношение $2/1$ тоже туда входит. Из-за такой схожести и гармоничного звучания такие ноты даже называют одним именем, в моем примере 880 Гц это А второй октавы, а 440 Гц А первой, но также если поделить $440/2$, то получим 220 Гц или А малой октавы, все эти А принадлежат к одному высотному классу.

Второй важный интервал, тоже стар как мир, но от этого не менее нужен. Называется он чистая кварта (perfect fifth) и представляется собой соотношение $3/2$. Чистая кварта была освоена многими культурами не зависящих друг от друга. Она также очень приятна на слух. Её пример $660/440$ нота Е/ нота А.

Открытие этих базовых интервалов уходит корнями в древность. С их открытием часто связывают имя Пифагора и его последователей пифагореанцев, которые почти 2500 лет назад задумывались о физическом происхождении музыки.

Построение нот.

Некоторые инструменты, такие как скрипка, не имеют ладов, что позволяет им играть любую, из бесконечно возможного числа, ноту на её грифе. Все безладовые инструменты являются такими, но что делать, если у нас ограниченное число клавиш, на пример как на рояле. Придется ограничиться каким-то конечным числом.

Возьмем «отрезок» частот от 440 Гц до 880 Гц (все ноты, находящиеся в промежутке между нотами с одинаковым названием, музыканты называют нота одной октавы). Нам хватит соотношений между нотами в одной октаве, так как все октавы эквиваленты, значит получив значение в одной, мы сможем домножить на два или разделить, чтобы получить значения для других октав. Хотелось бы, чтобы мы могли сыграть октаву и чистую кварту, так как они очень важные соотношения.

Начнем с 440 – это первая нота в нашем отрезке, нота А. При умножении её на $3/2$ получается 660 – нота Е. Ещё раз умножив на $3/2$ получим 990, но так как наш диапазон заканчивается на 880, просто разделим $990/2$ отсюда следует 495 или нота В (хочется упомянуть, что данные герцы слегка отличаются от принятых стандартов, но об этом будет сказано далее). Снова умножив,

получаем 742,5 – нота F#. И так можно продолжать долго. Но когда стоит остановиться? Тогда, когда умножением на 3/2 мы достигнем 880 и поделив на 2 вернемся в 440. Но этого не произойдет. Получить 880 герц не получится и за миллион шагов.

Докажем это с помощью метода от противного. Допустим, мы сможем вернуться в 440 для этого нам нужно какое-то число умножений на 3/2 (назовём это число n) и какое-то количество делений на 2 (пусть будет число k). Значит

$$440 * \left(\frac{3}{2}\right)^n * \left(\frac{1}{2}\right)^k = 440$$

Сократив на 440 и слегка преобразовав, получим:

$3^n = 2^{n+k}$ – три в какой-то степени равно двойке в другой. Чего никогда не произойдет, так как три в любой степени нечетное число, а двойка аналогично – четная. Значит, мы пришли к противоречию, откуда следует, что вернуться обратно в 440 герц даже за бесконечное число шагов невозможно.

Этой задаче о количестве нот в октаве, а соответственно и настройки инструмента, были заинтересованы многие великие математики и физики, такие как Пифагор, Галилео, Кеплер, Ньютон и Эйлер.

Разные настройки.

Современная настройка музыкальных инструментов итог многих веков подбора и исследования частот, их взаимодействия между собой. Нужно отметить, что у каждого народа своё восприятие музыки из-за особых обычаев, так что обо всех видах настройки говорить нет смысла. Я выделила самые значимые и понятия их смысла, и того как они появились это ключ к понятию точности настройки, ведь никто не хочет, чтобы их музыка звучала плохо.

Пифагоров строй. Pythagorean tuning.

Как следует из названия, за создание пифагорового строя ответственен сам Пифагор. Этот вид настройки так прижился, что просуществовал почти до позднего средневековья в западной музыке. Западной музыкой называют не только музыку США, но и подавляющее большинство европейских композиций, большая часть классических произведений.

Идея настройки заключалась в том, чтобы использовать знакомые нам $2/1$ и $3/2$ отношения частот, но не так много. Музыка тогда была проще и мелодии для её игры тоже не блистали сложностью.

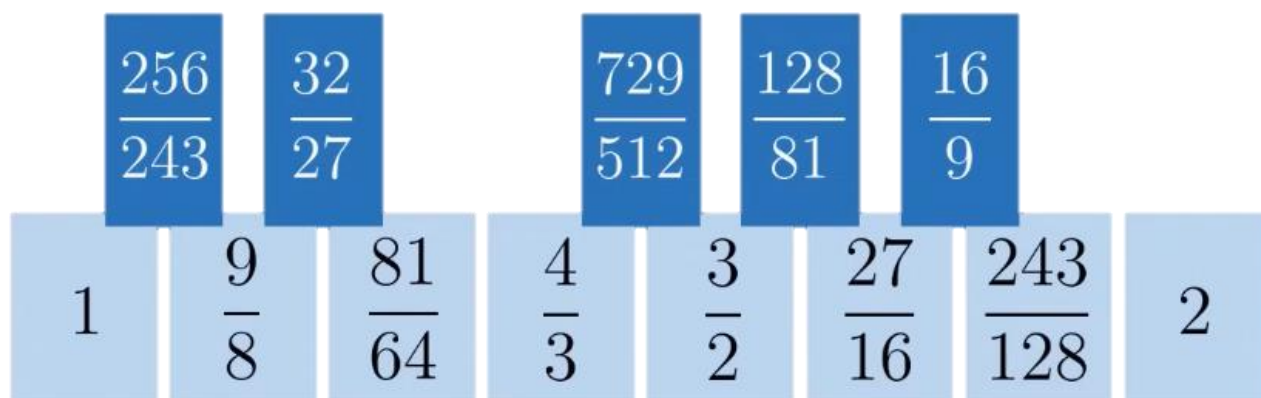
Так как в настройке мы хотим посмотреть именно на интервалы между нотами, то я буду указывать не сами частоты нот, а только их отношения. Но если надо будет получить точное значение мы просто домножим соотношение на определенную частоту на пример 440. Первая нота это 1, соответственно верхняя нота в октаве будет равна 2. И так для всех строев, которые будут рассмотрены, но вот как будут относиться ноты внутри октавы - совершенно разное.

Теперь нужно заполнить промежуток между 1 и 2. И оказывается всего 7 нот в октаве достаточно, чтобы наслаждаться музыкой. Так что между 1 и 2 6 нот (помним, то, что 1 и 2 это ноты с одинаковым именем, так что в октаве как бы 8 нот, но 7 различных). Повторим часть процесса, который мы пытались сделать ранее, умножив 1 на $3/2$, у нас появиться нота $3/2$ и $9/8$. И так продолжаем умножать и если надо делить, пока не получим:

1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2
---	---------------	-----------------	---------------	---------------	-----------------	-------------------	---

На слух эти ноты вроде бы ничем не отличаются от тех, к которым мы все давно привыкли. Но наш мозг воспринимает в нотах не всю синусоиду, а только её критические точки, что можно упростить до просто ударов метронома. И когда две ноты играютя вместе, то их волны складываются и по нашей аналогии получается некий ритм метронома, правда, чем больше числа, тем уху сложнее воспринять это.

Но у пифагорового строя есть большой недостаток – всё это только для простых мелодий. Транспонирование становится не возможным, а это очень большая проблема. Конечно, можно попытаться решить проблему просто добавив больше нот:



Теперь это более походит на современную клавиатуру пианино, но проблему не решила (во времена Пифагора не было, так называемых черных клавиш, что мы добавили, всё это появилось позже). Мы всё ещё способны слышать, что расстояние между нотами не идентичны.

Чистый строй. Just intonation.

Появился он где-то в конце средних веков, в раннем ренессансе. Но даже так, корни этой настройки уходят глубоко в древность. Тут сохраняется часть отношений пифагорового строя и также изменяются те, которые были сложны для восприятия уху. (Верхний чистый строй, нижний пифагоров):

1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
---	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	----------------	---

1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2
---	---------------	-----------------	---------------	---------------	-----------------	-------------------	---

Разница между $\frac{5}{4}$ и $\frac{81}{64}$ всего лишь 0,0125, но при наличии слуха это можно заметить.

Но почему именно эти ноты удостоились изменений?

В музыке 1 3 и 5 ноты составляют мажорный аккорд (одна из фундаментальных вещей в теории музыки). И комбинация из пифагоровых нот звучит достаточно грубо. Всё дело в гармонии. Выше было сказано, что нота состоит из множества частот, относящихся друг к другу как 1:2:3:4:5 и т.д.. Рассмотрим гармонию третьей ноты у обоих строев, в чистом строе четвертая гармония находится так:

$$\frac{5}{4} * 4 = 5$$

Но в пифагоровом строе:

$$\frac{81}{64} * 4 = 5.0625$$

Казалось бы, ничего такого, если значения различаются, но только пока ноты не играют в аккорде. У всех нот присутствуют гармонии и при игре вместе они складываются. Первая ноты имеет пятую гармонию равную ровно 5. Зажав

мажорный аккорд, мы услышим, как 5 и 5.0625 будет сильно диссонировать друг с другом, из-за чего портиться всё впечатление от игры.

А вот в чистом строе такой проблемы нет. Поэтому, отношение частот 5/4 встречается в чистом строе несколько раз.

Среднетоновый строй. Meantone temperament.

Использовался во времена барокко, и не просто как эталон звука (чистый строй), а как вполне используемый вариант настройки инструментов, например, клавесинов.

Исходя из наследия прошлого, а именно чистого строя, что показал нам как хорошо соотношение 5/4, в среднетоновом строе $5\sqrt[4]{4}$, всё также находится на месте третьей ноте. Но в чистом строе были проблемы с транспонированием даже первых нот, и во избежание этой проблемы, среднетоновый строй должен содержать равное расстояние от первой (1) ноты до второй, от второй до третьей ($5/4$). Мы получаем следующее уравнение (см. рис.):

$$1 * a * a = \frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

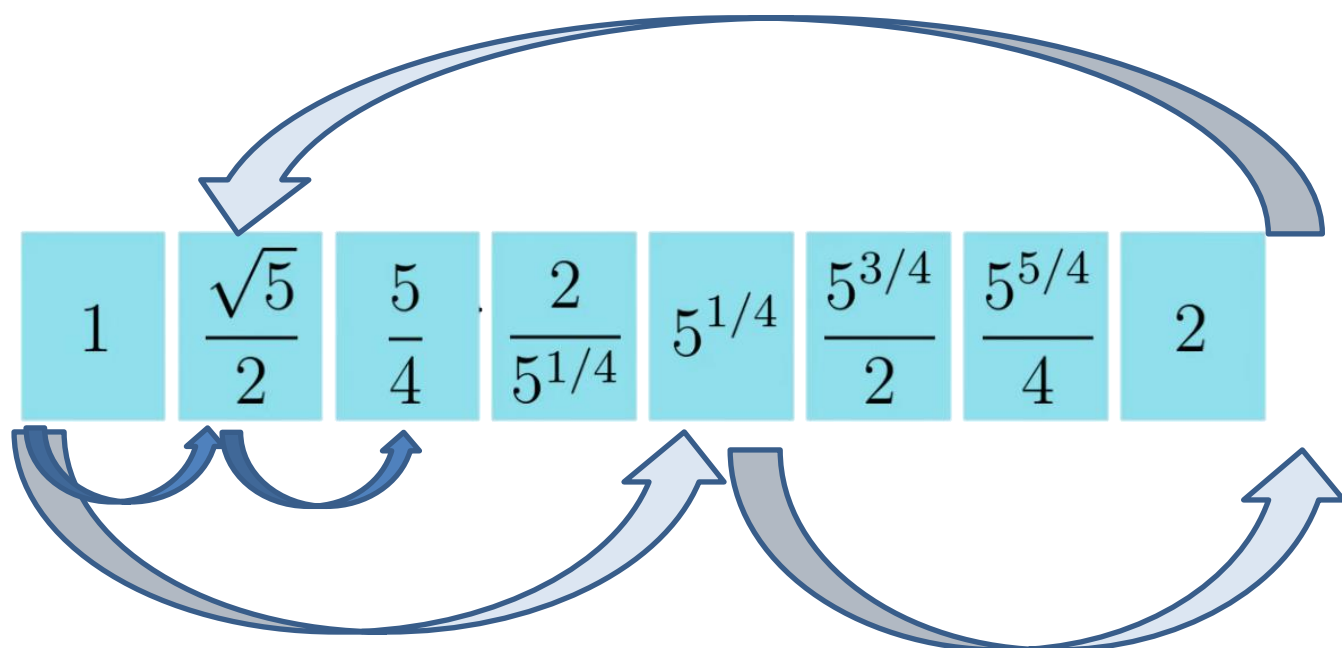
Значит **a** является второй нотой, или можно было также найти, **a** как среднее геометрическое двух соседних нот.

Чтобы получить важный интервал – кварту, воспользуемся такими же рассуждениями, как при построение пифагорового строя. Нужно первую ноту умножить на что-то дважды и разделить на 2, чтобы получить вторую ноту.

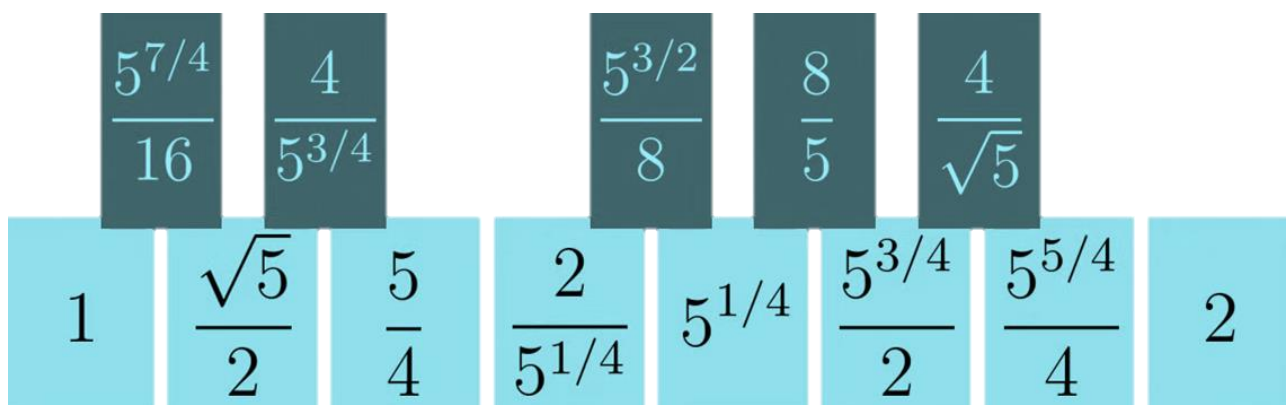
$$\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{b^2}{2} \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt[4]{5}$$

Разница между $\sqrt[4]{5}$ и $3/2$ всего 0.0031, такую разницу уже не заметить.

Теперь заполним остальные пропуски, пользуясь $\sqrt[4]{5}$, вместо $3/2$.



В этом строе сохранились все отношения $5/4$. Также можно продолжить заполнять клавиатуру, пока не получится знакомая нам клавиатура пианино:



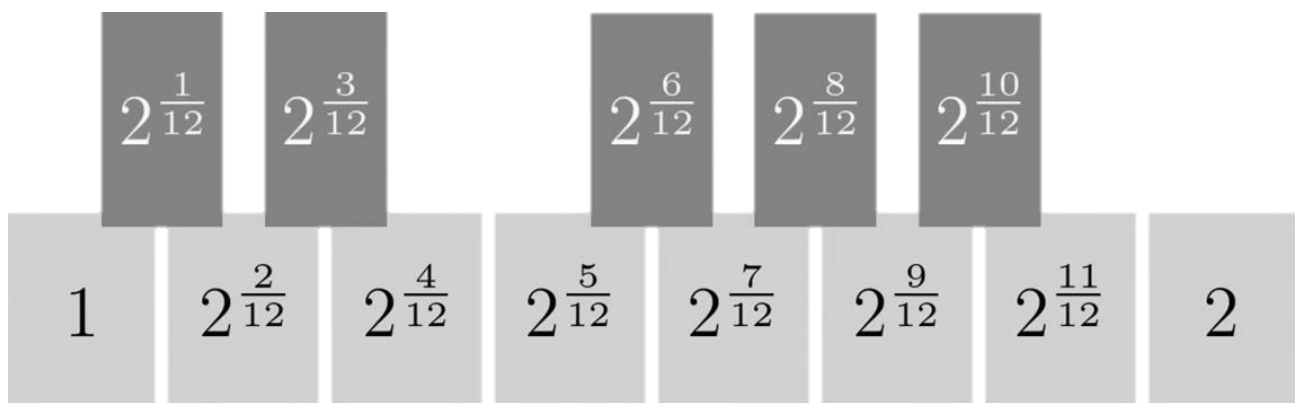
Но указанные мной две ноты, вместе звучат ужасно расстроено. Этот интервал ещё называют **волчьей квинтой**. И данный интервал серьезная проблема среднетонового строя. Во времена барокко люди пытались, как то выкрутиться из ситуации, добавляя к клавиатуре ещё больше клавиш, но это не идеальное решение, из-за того, что волчья квинта останется, как недочёт настройки.

Равномерно темперированный строй. Equal temperament.

Самый распространенный и до сих пор используемый способ настройки инструментов, с которым, может и не осознанно, но точно, сталкивались все, кто хоть раз слышал музыку. Начал повсеместно использоваться с середины 19 века.

Идея данного строя следует из названия, разделить октаву на равный интервалы, то есть на равные отношения между нотами. Допустим, t это отношение между первой и второй нотами, все интервалы равны, значит, чтобы достичь октавы нам надо 12 раз умножить t .

$$t^{12} = 2 \Rightarrow t = \sqrt[12]{2}$$



Интервал между двумя ближайшими нотами назван – **полутоном**.

Огромным преимуществом равномерно темперированного строя это идеальное транспонирование, так как все интервалы равнозначны. Из-за чего он и занял главную позицию в музыке. Но до появления равномерно темперированного строя были ещё похожие строи, о который редко кто вспоминает. Так, например, знаменитый сборник Баха обозначался как «*Для хорошо-темперированного клавира*», что явно было свидетельством того, что в его времена, где-то начало 18 века, не было всеобщей настройки как таковой.

Также, исходя из идеи, что октава может быть поделена на равное количество нот, были созданы строи у которых большее количество нот в октаве. Наиболее известен 24 ТЕТ. Из названия ясно, что тут 24 ноты в октаве, расстояние между ближайшими клавишами в половину меньше, чем в обычном 12 ТЕТ, из-за чего их называют четвертьтонами. Отголоски этого строя встречаются в восточной музыке. Но для неподготовленного слушателя это будет звучать как отклонение от нормы и фальшь. Также могут встречаться более экзотичные варианты: 19 ТЕТ, 41 ТЕТ, и т.д.

Способы настройки.

Эталон частоты.

Разобравшись с системами настроек, осталось определиться, как инструмент подobaюще настроить. Для того чтобы создать хотя бы аккорд, нам нужен один звук, главный от которого и начнётся настройка. Но стоит учесть, что хотелось бы иметь несколько октав, значит надо взять такую частоту для нашей ноты, чтобы она не была слишком маленькой или большой (иначе через пару нот, частота перестанет улавливаться человеческим ухом).

Во многих странах мира, отдельно друг от друга, возник эталон звук равный примерно ± 400 герцам. Но всемирный эталон появился совсем недавно, в 1955 году. 440 герц было обозначено за ноту ля первой октавы. Хотя во многих случаях эта частота всё равно варьируется, например, в симфоническом оркестре эталону соответствует 442 герца.

И чтобы это не было так голословно, о том, что у музыкантов есть свой *эталон*, придумали камертон, так сказать «двузубчатая» вилка, которая при ударе начинает издавать звук частотой 440 герц.

Чем настраивать.

Всё очень субъективно. Смотря, в какой ситуации и что требует настройки. Есть только два способа: использовать свой абсолютный слух или прибегнуть к высоким технологиям и взять тюнер.

Обычно на слух настраиваются, когда играют в оркестре, чтобы все инструменты имели одну частоту ноты, например, в симфоническом оркестре настраиваются по гобою, этот духовой инструмент даёт ноту Ля. И начинается настройка, сначала с тихих инструментов, таких как деревянные, и заканчивается самыми громкими, медными.

При этом используется, так называемый, интервальный слух. Когда ухо может отличить разницу между нотами, но он не может точно определить какие это ноты. Можно ответить, что при должном умении такой способ будет более приятным слуху, особенно в случае со скрипкой (но об этом позже).

Использование тюнера, изобретение недавнего времени, позволяющее без особых навыков настраивать любые инструменты. Большое его преимущество в том, что ноты будут настроены точно в 12 ТЕТ. И транспонирование мелодии будет звучать хорошо. Особенно это актуально для гитары, так обычно тюнер используют для её подстройки.

Подведём не большой итог. Настойка инструментов, как на слух, так и с помощью тюнера, является важным этапом перед выступлением или записью музыки. Настройка на слух требует опыта и тренировок, в то время как использование тюнера обеспечивает более точную настройку, что не заменимо при записи.

Инструменты с чистым строем.

Можно подумать, исходя из предыдущих слов, что полностью чистый звук получиться, не является возможным, и всё это лишь утопия.

Но только пока мы рассматриваем инструменты с конечным числом нот. Например, пианино, у которого обычно 88 клавиш, или гитару, у которой есть лады. На таких инструментах просто невозможно нажать ноту между двумя соседними, а вот скрипачи могут. Проклятие это или дар сложно сказать, ведь с великой силой приходит и великая ответственность. Имея безладовый гриф, скрипачи вынуждены развивать свой слух, чтобы попадать точно в ноты вместе с остальным оркестром. И в этом же кроется огромный плюс безладовых инструментов (обычно это струнно-смычковые инструменты, но также часто можно заметить бас-гитару), если нет точного места, где расположена нота, то можно прибегнув к своему слуху, найти наилучший вариант звучания партии. И поэтому игра на скрипке так приятна уху.

ВЫВОД.

В ходе данного проекта было исследовано, что точность настройки достигается многими факторами, начиная от выбора строя, под который мы хотим подстроить инструмент до самого инструмента.

В практике существует множество различных типов схем настройки, каждый из которых обладает своими преимуществами и недостатками. Выбор конкретного подхода к настройке зависит от ряда факторов: предпочтений и опыта настройщика, состояния инструмента, частоты предыдущих настроек, а также от трудоемкости и требуемой точности процесса. Тем не менее, все планы настройки должны соответствовать определенным критериям. Рассмотрим лишь некоторые из них, которые помогут в оценке различных методик настройки.

Равномерное распределение "ненатуральности" по всем основным интервалам, что подразумевается под термином "равномерная темперация". Это означает, что нельзя, к примеру, "искажать" терцию ради улучшения звучания квинты, как это нередко делают неопытные настройщики, ориентируясь на квинты. Все основные интервалы, используемые в процессе настройки, должны иметь минимально допустимую частоту биений. При корректной настройке наблюдается равномерное изменение частоты биений при полутоновом следовании одноименных интервалов.

План настройки не должен состоять лишь из отдельных интервалов. Эффективный план настройки предполагает минимизацию числа тонов, которые настраиваются только по одному интервалу. Настройка тона с использованием единственного интервала не обеспечивает необходимой точности: без специальных приборов сложно точно определить частоту биений, к тому же исходный звук настраиваемого интервала может иметь определенные погрешности.

Последовательность настройки должна обеспечивать как можно более раннюю возможность проверки настраиваемого звука с помощью большого количества контрольных интервалов, таких как квинта, кварта, терция и секста. При этом интервалы между ранее настроенными звуками и настраиваемым звуком должны как бы ограничивать его, контролируя его звучание сверху и снизу. Для проверки интервалов особенно удобно использовать те, которые имеют примерно равное количество биений с настраиваемым звуком, или те, что отличаются вдвое. Это упрощает слуховое сопоставление биений, поскольку оценивать идентичность частот биений легче, чем выявлять различия частот, выраженные в дробных значениях. Данное правило также указывает на недостаточность настройки только с использованием квинт и кварт, так как в этом случае значительная часть начального процесса будет посвящена настройке

изолированных интервалов, что может привести к обнаружению ошибок только в конце всего процесса.

Классический подход к настройке включает не только использование квинт и кварт, но также предполагает применение малых и больших терций и секст. Профессиональные настройщики часто применяют взаимный контроль интервалов в процессе темперирования: корректность больших терций проверяют с помощью последовательностей квинт и кварт, а последние, в свою очередь, проверяются через последовательности больших и малых терций.

План настройки должен минимизировать перемещение колков (или вирбелей, куда натягиваются струны пианино), а также свести к минимуму количество переключений между ключами с одного вирбеля на другой при настройке фортепиано или же уменьшить количество возвращений к одной и той же ноте в процессе настройки музыкальных инструментов. Это требование не нуждается в дополнительных разъяснениях, поскольку очевидно, что оно связано с трудоемкостью настройки и необходимостью поддержания стабильности строя и звуковых характеристик инструментов.

Область темперирования не должна превышать октавы. Это требование уже было обосновано ранее. Напомним, что при расширенной области темперирования, охватывающей до девятнадцати звуков, часть настроек приходится выполнять октавами, а эти интервалы, как уже упоминалось, являются наименее точными, несмотря на кажущуюся простоту настройки. В результате это приводит к недостаточной точности настройки и увеличивает трудоемкость процесса.

Мы уже определили роль и значимость основных типов интервалов в процессе настройки зоны темперирования. Кроме того, существуют два

дополнительных аспекта, касающиеся формирования планов настройки: высотное положение области темперирования и общее направление ее настройки, которое может быть ориентировано преимущественно вверх или вниз.

При настройке фортепиано область темперирования обычно располагается в диапазоне $A - A1$, в то время как для язычковых инструментов используется интервал $E1 - E2$. Размещение этой области в среднем регистре оправдано тем, что именно в этом диапазоне биения звучат наиболее отчетливо, а человеческое ухо проявляет наибольшую чувствительность к изменениям частоты. Кроме того, техника настройки в среднем регистре оказывается относительно более простой.

Тем не менее, возможны небольшие изменения в области темперирования. Например, в практике американских настройщиков часто применяются диапазоны $F - F1$ и $E - E1$. Такое смещение имеет определенное значение: при сдвиге диапазона, например, на октаву вниз, частота биений во всех интервалах удваивается, что упрощает настройку таких чувствительных интервалов, как терции и сексты. Более того, у фортепиано низкие струны обладают более продолжительным временем звучания, что также способствует более точной настройке. Тем не менее, окончательный выбор высотного положения области темперирования для настройки зависит от предпочтений и опыта настройщика.

Таким образом, точная настройка – это ключевой аспект для качества звучания, а значит и восприятия музыки. Достичь, которую можно ещё за счёт тренировки интервального или абсолютного слуха у человека.

Источники информации и полезные ссылки:

https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagorean_tuning

https://en.wikipedia.org/wiki/Just_intonation

<https://monman53.github.io/temperament/>

[**rapidtables.com/tools/tone-generator.html#multiple**](https://rapidtables.com/tools/tone-generator.html#multiple)

https://en.wikipedia.org/wiki/Equal_temperament

<https://demonstrations.wolfram.com/PythagoreanMeantoneAndEqualTemperamentMusicalScales/>

https://en.wikipedia.org/wiki/Meantone_temperament

<https://www.youtube.com/watch?v=nK2jYk37Rlg>

<https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=idg1kU1D6Pc>