Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя

общеобразовательная школа №3 рабочего поселка Сосновоборск

Сосновоборского района Пензенской области

Исследовательская работа

«Финансовая математика в ЕГЭ»

Выполнил: ученик 11 «Б» класса

МБОУ СОШ №3 р. п. Сосновоборск

Криворотов Иван

Руководитель:

Ледяева Татьяна Александровна,

учитель математики

п. Сосновоборск 2020 г.

Содержание

Введение

Современный мир - это мир финансовых и инвестиционных операций, мир рынка и денег.

И наверняка почти каждый из нас сталкивался с таким понятием как кредит. О кредите мы будем говорить просто – долг под проценты. Как мы с вами знаем, люди пользуются этим. И как бы это печально не звучало, бывают случаи, когда заемщики становятся обманутыми в результате банковских махинаций. Но в силу своей финансовой неграмотности и незнания как работают кредитная и банковская системы, они даже не подозревают о том, что их обвели вокруг пальца.

Бывают и другие случаи, прямо противоположные. Существуют так называемые «псевдо жертвы», которые, к примеру, взяли кредит на 1 год под 20% годовых и думают: «Ага, значит, я должен переплатить свой долг всего лишь на 20%». И это в корне не верно. В таблице платежей они видят совсем другую сумму и начинают думать, что их обманули. Подают в суд, создают лишнюю вокруг себя шумиху, в результате чего нарушается стабильность, а это никому не нужно. Вдобавок к этому они остаются неправы. А всё это почему происходит? Опять по той же причине, что они не знают, как работает кредитная система.

Хочется сказать, что тема данной исследовательской работы повсеместна и повседневна, люди сталкиваются с этой системой (кредитной системой) чуть ли не каждый день. Более того задачи на эту тему встречаются и в ЕГЭ.

Актуальность

Решение экономических задач очень полезно, так как жизнь современного человека тесно связана с финансовыми операциями.

В соответствии с указом «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года» получение качественного образования необходимо ученикам, чтобы быть конкурентоспособными в будущем на рынке труда, а также для обеспечения вхождения России в число 10 ведущих стран мира по качеству среднего образования. За решение экономической задачи (№17) на экзамене (профиль) можно получить 3 первичных балла, что говорит о важности выполнения этого задания.

Цель работы

Наверняка в школе вы неоднократно задавались вопросами: «А зачем то, что мы изучаем, нам надо?», «Где это нам в жизни пригодится?». Так вот ответ прост: в финансовой математике. И действительно, финансовая математика включает в себя геометрическую прогрессию, арифметическую прогрессию, степенные уравнения, процентные уравнения, квадратные уравнения и многое другое из курса основной школы.

Новым типом задач повышенного уровня сложности, впервые введёным в структуру Единого государственного экзамена в 2015 году, является текстовая задача социально-экономической тематики. Это задача на применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики и интерпретацию результата с учётом реальных ограничений. Использование подобных задач предполагает проверку следующих умений учащихся:

- переходить от текста задачи к построению соответствующей математической модели, содержащей степени с натуральным показателем, обращаться с процентами;

- обращаться с целыми числами, то есть уметь использовать при решении задач элементы теории делимости целых чисел;

- производить действия со сложными процентами и долями.

Как показывает анализ содержания подобных задач, сюжеты, описанные в них, являются некоторыми текстовыми упрощениями, моделями реально возникающих в окружающей жизни ситуации. Кроме того, сами сюжеты условно можно разделить на два типа, использующие соответственно дискретные модели (проценты погашения кредитов и так далее) и непрерывные модели (различные производства, протяжённые во времени, объема продукции и так далее).

Так же было отмечено, что большая часть людей, взявших кредит, не понимает, как работают кредитная и банковская системы. То есть, это подталкивает на мысль, что они не знают курс математики за 7-9 классы, в которых учат пусть не самой финансовой математике, но хотя бы ее основам.

Поэтому целью данной работы я бы отметил необходимость не только вдохновить учеников на изучение школьного материала, но и напомнить взрослым, что школьные знания действительно важны.

Задачи работы

Изучить теоретическую базу финансовой и математической грамотности.

Разобрать основные типы задач с примерами решений.

Объяснить, показать и доказать, как на самом деле работает кредитная система, как начисляются проценты, какие платежи бывают и как они высчитываются.

Глава 1. Принцип работы банков

Итак, 17 задача бывает банковской, то есть на вклады и кредиты, и производственно-бытовой. Второй тип задач интуитивно понятен большинству школьников и требует просто много практики. Для банковских же задач изложим немного теории. Финансовая математика включает в себя геометрическую прогрессию, арифметическую прогрессию, степенные уравнения, процентные уравнения, квадратные уравнения и т.д.

1.1. Как функционируют банки?

Смоделируем ситуацию. Есть предприимчивый Андрей, который решает открыть банк, имея 100 рублей. Он объявляет, что будет выдавать кредиты под 20 % годовых. Это означает, что если Андрей даст кому-нибудь некую сумму на год, то через год он получит на 20 % больше денег. К Андрею приходит первый клиент, который хочет взять 100 рублей. Он их получает, и Андрей целый год сидит и ждет, пока пройдет год и он получит уже 120 рублей. Но проблема в том, что прошел целый год, а у Андрея всего 120 рублей, хотя было 100. Разница небольшая. Значит, Андрею нужно действовать по-другому. Тогда он объявляет, что будет принимать вклады и процентная ставка будет составлять 10 % годовых. Получается, если кто-то вложит в банк некую сумму, то через год получит в 1,1 раз больше денег от банка (на 10 % больше изначальной суммы). К Андрею приходит некий богач и вкладывает в банк 10 000 рублей. Через год банк должен вернуть богачу 11 000. Это достаточно проблематично, так как у Андрея нет 11 000 рублей. Есть только 10 000 + 120=10120 рублей. С другой стороны целый год деньги богача будут в распоряжении банка, а значит, можно будет выдавать кредиты, увеличивая имеющиеся деньги. Таким образом, при удачном стечении обстоятельств Андрей получит от заемщиков через год сумму, превышающую 11000 рублей. Богач получает деньги от вклада, заемщики возвращают взятые суммы с процентами, а Андрей в плюсе и счастлив.

1.2. Вклады

В случае банковского вклада банк выступает в роли заёмщика (получает деньги, обязуясь их вернуть, а вкладчик в роли кредитора (предоставляет деньги). При внесении вкладчиком банка денег отношения между вкладчиком и банком закрепляются договором, в котором банк, принявший поступившую от вкладчика денежную сумму, обязуется возвратить ему сумму вклада и выплатить на неё проценты на условиях и в порядке, предусмотренных договором. Как правило, вкладчик имеет возможность распоряжаться начисленными процентами.

1.3. Кредиты

Кредит – это финансовая сделка, в результате которой кредитор (банк или другое финансовое учреждение) предоставляет на определенный срок деньги заемщику. За пользование деньгами заемщик кроме погашения основного долга (называемого в финансовой литературе телом кредита) выплачивает кредитору также проценты. Разделение повышающих платежей на две части - погашение долга (тела кредита) и погашение процентных денег - принципиально важно, поскольку от этого зависят выплачиваемые налоги. Разберем и сравним две важные схемы выплаты кредитов: дифференцированными и аннуитетными платежами. При дифференцированной схеме каждый платёж состоит из двух частей. Первая часть - основной платёж, его размер не изменяется на всём сроке кредитования. Скажем, если в кредит взяли 1 млн. рублей на 5 месяцев, а платежи ежемесячные, то тело кредита делится на пять равных частей по 200000 руб. - это и будет ежемесячный основной платеж. Вторую часть платежа составляют проценты на текущую часть долга. Долг постепенно уменьшается, потому и платежи в счет процентов тоже уменьшаются. Первый платёж самый большой, последний - самый маленький. На практике платежи обычно ежемесячные, а банки учитывают каждый день кредитования: важно, сколько дней в месяце, високосный год или нет. А в экзаменационных задачах обычно упрощённая схема: за каждый платежный период проценты начисляются один раз. Иначе говоря, если проценты начисляются ежегодно, то и выплаты по кредиту раз в год. Если проценты начисляются ежемесячно, то и выплаты ежемесячные. При аннуитетных платежах сумма кредита и сумма процентов за всё время пользования кредитом суммируются и делятся на число платежей, все платежи получаются равными.

Глава 2. Примеры решения экономических задач

2.1. Задача на вклады

Задача 1. Баба Валя, накопив часть своей пенсии, решила улучшить свое материальное положение. Она узнала, что в Банке от пенсионеров принимают вклады под определенный процент годовых и на этих условиях внесла свои сбережения в ближайшее отделение Банка. Но через некоторое время соседка ей рассказала, что недалеко от того места, где проживают пенсионеры, есть коммерческий банк, в котором процент годовых для пенсионеров-вкладчиков в 20 раз выше, чем в Банке. Баба Валя не доверяла коммерческим банкам, но стремление улучшить свое материальное положение взяло верх. После долгих колебаний и ровно через год после открытия счета в Банке Баба Валя сняла половину образовавшейся суммы от ее вклада, заявив: «Такой навар меня не устраивает!» и открыла счет в том коммерческом банке, о котором говорила ее соседка, не теряя надежды на значительное улучшение своего материального благосостояния.

Надежды оправдались: через год сумма Бабы Вали в коммерческом банке превысила ее первоначальные кровные сбережения на 65%. Сожалела Баба Валя, что год назад в Банке сняла не всю сумму, а лишь половину, однако, подумала: «А где же мы не теряли?..» Гендиректор коммерческого банка оказался хорошим: не оставил Бабу Валю без денег. А каков в Банке процент годовых для пенсионеров?

Решение:

Пусть x рублей – изначальные сбережения

y – процент в Банке $(x>0, y>0)$

20 y – процент в коммерческом банке

1) $(1+0,01y)\cdot x$ рублей – образовавшаяся в Банке сумма

2) $(1+0,2y)(1+0,01y)\cdot\dfrac{x}{2}=0,5x(1+0,2y)(1+0,01y)$ рублей–сумма, образовавшаяся в коммерческом банке через год

3) $0,5x(1+0,2y)(1+0,01y)=1,65x$ x > 0, поэтому поделим обе части на x

$$0,5\cdot(1+0,2y)(1+0,01y)=1,65$$

$$(1+0,2y)(1+0,01y)=3,3;$$

$$0,002y^2+0,21y-2,3=0$$

$$2y^2+210y-2300=0; \quad y^2+105y-1150=0$$

$y=10$ или $y=-115$. Но по условию задачи $y>0$

10% предлагали в Банке для пенсионеров.

Ответ: 10 %

2.2. Задачи на кредиты

На кредиты в базе данных самое большое количество задач. Рассмотрим задачи, в которых выплаты идут равными долями.

Задача 1. Савелий хочет взять в кредит 1,4 млн. рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Процентная ставка – 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Савелий взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 330 тысяч рублей?

Решение.

Кредит нужно погасить как можно быстрее, соответственно выплаты должны быть наибольшими. По условию задачи наибольшая выплата может составлять 330 тысяч рублей. Чаще всего задачи на кредиты удобно решать с помощью таблицы.

Составим таблицу для нашей задачи. У нас есть первоначальный долг в 1,4 млн. рублей, на него начисляются 10% процентов. Савелий выплачивает 330 тысяч рублей, после чего на оставшуюся сумму снова начисляются 10%. Савелий выплачивает 330 тысяч рублей, и так несколько лет. Собственно, количество лет мы и должны узнать. Для удобства будем считать не в млн. рублей, а в тысячах.

Год	Долг до выплаты (денежные единицы: тыс. рублей)	Долг после выплаты (денежные единицы: тыс. рублей)
1	1400 • 1,1 = 1540	1540 – 330 = 1210
2	1210 • 1,1 = 1331	1331 – 330 = 1001
3	1001• 1,1 = 1101,1	1101,1 – 330 = 771,1
4	771,1• 1,1 = 848,21	848,21 – 330 = 518,21
5	518, 21 • 1,1 = 570,03	570,03 – 330 = 240,03
6	240,03• 1,1 = 264,03	264,03 – 264,03 = 0

И так через 6 лет долг равен нулю

Ответ: 6 лет.

Задача 2. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат превысит 10 млн. рублей.

Решение:

S млн. рублей – сумма льготного кредита (S – целое число)

Общая сумма выплат превысит 10 млн. рублей

x млн. рублей – выплаты в конце 4 и 5 годов

Год	Долг в начале, млн.	Долг в середине, млн. рублей	Выплата, млн. рублей	Долг на конец года, млн. руб.
1	S	S • 1,2 = 1,2S	0,2S	1,2S – 0,2S = S
2	S	S • 1,2 = 1,2S	0,2S	1,2S – 0,2S = S
3	S	S • 1,2 = 1,2S	0,2S	1,2S – 0,2S = S
4	S	S • 1,2 = 1,2S	x	1,2S – x
5	1,2S – x	(1,2S – x) • 1,2	x	(1,2S – x) • 1,2 –x

1) Так как долг на конец пятого года погашен полностью, то $\left(1,2S-x\right)\cdot 1,2-x=0$. Решаем уравнение:

$$\begin{aligned}&\left(1,2S-x\right)\cdot 1,2=x\\&1,44S-1,2x=x\\&2,2x=1,44S\\&x=\frac{144S}{220}=\frac{36S}{55}\end{aligned}$$

2) По условию задачи общая сумма выплат превышает 10 млн. рублей. Общая сумма выплат равна $0,2S\cdot 3+x\cdot 2$ млн. рублей. Решаем неравенство: $0,2S\cdot 3+x\cdot 2>10$

$$0,2S\cdot 3+\frac{36S}{55}\cdot 2>10$$

$$S\cdot\left(\frac{6}{10}+\frac{36\cdot 2}{55}\right)>10$$

$$S\cdot\left(\frac{3}{5}+\frac{72}{55}\right)>10$$

$$S\cdot\left(\frac{33}{55}+\frac{72}{55}\right)>10$$

$$S\cdot\frac{105}{55}>10$$

$$S\cdot\frac{21}{11}>10$$

$$S>\frac{110}{21}$$

$$S>5\frac{5}{21}$$

Наименьшее целое число S = 6

Наименьший размер кредита – 6 млн. рублей

Ответ: 6 млн. рублей

Рассмотрим задачу, в которой размер выплаты зависит от долга за предыдущий период.

Задача 3. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 17,5 млн. рублей?

I способ (классическое решение)

Решение.

Пусть кредит взяли на n лет.

Так как в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года, то долг уменьшается равномерно: $7;\ \frac{7(n-1)}{n};\ \dots;\ \frac{7\cdot 2}{n};\ \frac{7}{n};\ 0$. Каждый год выплачивается постоянный долг $\frac{7}{n}$ млн. рублей по кредиту и долг по процентам, который меняется, так как уменьшается общий долг.

Год	**Долг на январь по процентам, в млн. рублей**	**Выплаты с февраля по июнь, в млн. рублей**	**Долг на июль, в млн. рублей**
0	–	–	7
1	$7\cdot 1,2$	$7\cdot 1,2-7\left(1-\frac{1}{n}\right)=7\cdot 0,2+\frac{7}{n}$	$7-\frac{7}{n}$
2	$\left(7-\frac{7}{n}\right)\cdot 1,2$	$\left(7-\frac{7}{n}\right)\cdot 0,2+\frac{7}{n}$	$7-\frac{7}{n}\cdot 2$
…			
n – 2	$\frac{7\cdot 3}{n}\cdot 1,2$	$\frac{7\cdot 3}{n}\cdot 0,2+\frac{7}{n}$	$\frac{7\cdot 2}{n}$
n – 1	$\frac{7\cdot 2}{n}\cdot 1,2$	$\frac{7\cdot 2}{n}\cdot 0,2+\frac{7}{n}$	$\frac{7}{n}$
n	$\frac{7}{n}\cdot 1,2$	$\frac{7}{n}\cdot 0,2+\frac{7}{n}$	0

Найдем общую сумму выплат $\frac{7}{n}\cdot n+7\cdot 0,2\left(1+\frac{n-1}{n}+\frac{n-2}{n}+\dots+\frac{3}{n}+\frac{2}{n}+\frac{1}{n}\right)=$

$$=7+7\cdot 0,2\left(\frac{n}{n}+\frac{n-1}{n}+\frac{n-2}{n}+\dots+\frac{3}{n}+\frac{2}{n}+\frac{1}{n}\right)=$$

$$=7+\frac{7\cdot 0,2}{n}\left(n+(n-1)+(n-2)+\dots+3+2+1\right)=7+\frac{7\cdot 0,2}{n}\cdot\left(\frac{n+1}{2}\cdot n\right)=7+7\cdot 0,1\cdot(n+1)$$

Эта сумма равна 17,5 млн. рублей.

$7+7\cdot 0,1\cdot(n+1)=17,5;\quad n+1=105:7;\quad n+1=15;\quad n=14$

Ответ: 14 лет

II способ

Решение.

Пусть кредит взяли на n лет. Так как в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года, то долг уменьшается равномерно: на $\frac{7}{n}$ млн. рублей. Известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 17,5 млн. рублей. В эту сумму входит возвращение долга (7 млн. рублей) и процент банку по кредиту (17,5 млн. рублей – 7 млн. рублей) 10,5 млн. рублей.

Подсчитаем эту сумму выплат:

Год	**Часть основного долга, на которую начисляются проценты (млн. рублей)**	**Выплачиваемый процент банку на часть основного долга (млн. рублей)**
1	7	$7\cdot 0,2$
2	$7-\frac{7}{n}$	$0,2\cdot\left(7-\frac{7}{n}\right)$
3 3	$7-\frac{7}{n}\cdot 2$	$0,2\cdot\left(7-\frac{7}{n}\cdot 2\right)$
	…	…..
… n-1	$\frac{7}{n}\cdot 2$	$0,2\cdot\frac{7}{n}\cdot 2$
n	$\frac{7}{n}$	$0,2\cdot\frac{7}{n}$

Запишем сумму выплат $0,2\cdot 7\cdot\left(1+\frac{n-1}{n}+\frac{n-2}{n}+...+\frac{2}{n}+\frac{1}{n}\right)$

В скобках арифметическая прогрессия:

$$\frac{n}{n}+\frac{n-1}{n}+\frac{n-2}{n}+...+\frac{2}{n}+\frac{1}{n}=\frac{1}{n}\cdot\left(\frac{n+1}{2}\cdot n\right)=\frac{n+1}{2}$$

Сумма выплат равна $0,2\cdot 7\cdot\frac{n+1}{2}=0,7(n+1)$

Решаем уравнение:

$$0,7(n+1)=10,5; \quad n+1=105:7; \quad n+1=15; \quad n=14$$

Ответ: 14 лет

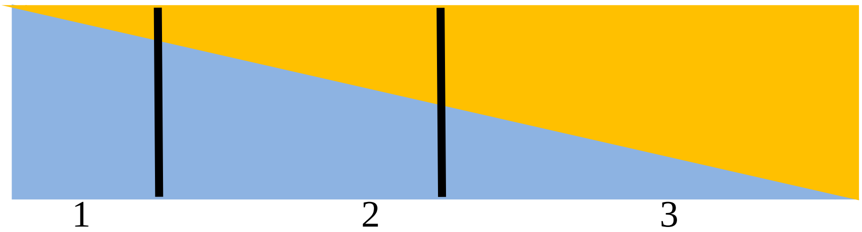
Задача 4. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 545 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг выплачивается на 40% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

Первое что помогает нам понять, что это аннуитетный платеж: последняя строчка, где написано, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами. То есть модель платежа следующая.



Возьмем следующие обозначения

S – сумма долга взятая в кредит S = 545 000 рублей

n – число платежных периодов n = 3 года

r – процентная ставка r = 40% (% годовых)

x – фиксированный платеж x = неизвестен

Z – сумма всех выплат Z = нужно найти

Как на самом деле работает кредитная система: мы взяли кредит (545 тыс. руб.) на определенный срок (3 года). Мы взяли долг в 2020, значит весь долг мы должны выплатить в 2023 году. Каждый год долг возрастает на 40%, значит в январе 2021 года долг будет равен 545 000 • 1,4, потом мы выплачиваем банку фиксированный платеж и долг становится равен 545 000 • 1,4 – x, и так каждый год пока мы не выплатим весь долг, то есть пока он не будет равен 0. То есть если мы составим математическую модель, то получим:

(S • 1,4-x) •1,4-x) • 1,4 - x=0, раскроем скобки

$S \bullet 1{,}4^3 - 1{,}4^2x - 1{,}4x - x = 0$, перенесем переменные с x в другую сторону.

$S \bullet 1{,}4^3 = 1{,}4^2x + 1{,}4x + x$, вынесем x за скобки

$S \bullet 1{,}4^3 = x(1{,}4^2 + 1{,}4 + 1)$, как мы видим у нас получилась геометрическая прогрессия, где b_1=1, q=1,4, n=3. Воспользуемся следующей формулой $S_n = \frac{b_1 \bullet (q^n - 1)}{q-1}$, получим $S_3 = \frac{1 \bullet (1{,}4^3 - 1)}{1{,}4-1}$=4,36, подставим в нашу математическую модель.

$S \bullet 2{,}744 = 4{,}36x$, найдем x.

$x = \frac{545\ 000 \bullet 2{,}744}{4.36}$

x = 343 000

Так как наш платеж аннуитетный и наш долг был выплачен тремя равными платежами, а это x, то Z=3x

Z=3• 343 000=1 029 000 рублей.

Ответ: 1 029 000 рублей.

Многие зададутся вопросом: «Так это же простая задача и в реальной жизни ее применить не удастся». На самом деле удастся, только стоит отметить, что большинство реальных банковских платежей - дифференцированные. И тогда составление математической модели будет отличаться от той, которую мы описали выше. Вот дан фрагмент таблицы кредитного платежа из реальной жизни. И сейчас вы увидите, что знание принципа работы кредитной системы действительно важно.

Ниже представлена таблица выплат по кредиту от 11 ноября 2011 года. Данный кредит существовал в реальной жизни.

Расчет процентов за период к договору № 111**/**** от 11/11/2011 ЛХП ******************

Сумма остатка задолженности	Сумма погашения	Дата выдачи и погашения	Дата погашения	Количество дней	Ставка (% годовых)	Сумма процентов	Сумма к погашению
100000,00	4166,67	…………….	…………….	………………	14,00	1182,04	5355,71
95833,33	4166,67	…………….	…………….	………………	14,00	1066,98	5231,65
91666,66	4166,67	…………….	…………….	………………	14,00	1086,98	5253,25

87499,99	4166,67	……………	……………	……………	14,00	1039,57	5204,24
83333,32	4166,67	……………	……………	……………	14,00	926,41	5091,08
79166,65	4166,67	……………	……………	……………	14,00	910,47	5075,14
74999,98	4166,67	……………	……………	……………	14,00	920,03	5084,70
70833,31	4166,67	……………	……………	……………	14,00	787,75	4952,42
66666,64	4166,67	……………	……………	……………	14,00	792,53	4957,20
62499,97	4166,67	……………	……………	……………	14,00	742,12	4907,79
58333,30	4166,67	……………	……………	……………	14,00	670,40	4839,07
54166,63	4166,67	……………	……………	……………	14,00	684,74	4850,41
49999,96	4166,67	……………	……………	……………	14,00	536,52	4702,19
45833,29	4166,67	……………	……………	……………	14,00	544,97	4710,64
41666,62	4166,67	……………	……………	……………	14,00	512,41	4678,08
37499,95	4166,67	……………	……………	……………	14,00	403,74	4569,41
33333,28	4166,67	……………	……………	……………	14,00	384,56	4550,23
29166,61	4166,67	……………	……………	……………	14,00	336,62	4502,29
24999,94	4166,67	……………	……………	……………	14,00	298,26	4463,93
20833,27	4166,67	……………	……………	……………	14,00	239,73	4406,40
16666,60	4166,67	……………	……………	……………	14,00	211,96	4377,63
12499,93	4166,67	……………	……………	……………	14,00	139,04	4305,71
8333,26	4166,67	……………	……………	……………	14,00	96,89	4262,56
4166,59	4166,59	……………	……………	……………	14,00	52,14	4217,73
	100000,00					**14583,32**	**114583,32**

Как я уже сказал, этот платеж дифференцированный. Так как по таблице видно, что ежемесячно наши общие выплаты уменьшаются, так как уменьшается платеж в счет процентов по кредиту. Но фиксированные выплаты остаются неизменными, как и должны быть.

В случае дифференцированного платежа лучше всего решать, используя процентные остатки, то есть выплату процентов в каждый месяц.

По-другому: мы взяли в долг 100 000 рублей, в первый месяц мы должны выплатить (100 000 • 1,16667%), на второй месяц мы будем должны выплатить (100 000 - 4166,67)•1,16667%, на третий месяц мы выплатим (100 000 – 2 • 4166,67) •1,16667% и так далее. И если всё сложить, то получим переплаты, то есть наши проценты, а если еще прибавить S=100 000 рублей, то получим сумму всех выплат.

Обозначим все наши величины следующим образом

S – сумма, взятая в кредит S = 100 000 рублей

r – процентная ставка r = 14% (% годовых) или r =1,16667% (% ежемесячно)

x – фиксированный платеж x = 4166,67 рублей

n – платежный период n=2 года или n=24 месяца

Z – сумма всех выплат Z = пусть неизвестно, нужно найти

Итак, составим математическую модель, следуя тому, что было сказано выше.

S+Sr+(S-x)r+(S-2x)r+(S-3x)r+...+(S-23x)r=Z, раскроем скобки

S+Sr+Sr-xr+Sr-2xr+Sr-3xr+…+Sr+-23xr=Z, сложим все Sr и вынесем –xr за скобки

S+24Sr-xr(1+2+3+…+23)=Z, получили арифметическую прогрессию, где a_1= 1, a_1=23, n=23, значит по формуле получим $a_{23} = \frac{(1+23)*23}{2}$=276

S+0,28S-276xr=Z

1,28S-3,22x=Z

128000-13416,68=Z

Z=114583,32 рублей

Как мы видим, наш подход к решению 17-ой задачи ЕГЭ актуален также для того, чтобы найти сумму всех выплат по кредиту и в реальной жизни.

Рассмотрим еще одну задачу

Задача 5. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на r % по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r, если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причем в первый год будет выплачено 160 000 рублей, а во второй год – 240 000 рублей.

Многие, даже взрослые, начинают решать эту задачу следующим образом: 300 000 рублей – 100%, 160 000+240 000=400 000 рублей – x % отсюда следует по пропорции x=133,33%, значит r = 33.3%, что в корне не верно. Это решается следующим образом.

Задача тоже на дифференцированный платеж, так как мы видим, что наши два платежа разные, но по сравнению с предыдущей задачей здесь не надо будет считать проценты за каждый месяц.

Взяли кредит на 2 года с 2020 года, значит выплатим его в 2022 году. С 2020 года на 2021 год нам начислят проценты r и после этого мы выплатим 160 000 рублей, на оставшуюся сумму в 2022 году начислят еще r и после того как мы выплатим 240 000 рублей наш долг будет полностью выплачен, то есть равен 0.

Обозначим наши величины следующим образом

S – сумма долга взятая в кредит S=300 000 рублей

n – число платежных периодов n=2 года

r – процентная ставка r = не известен, нужно найти (% годовых)

x – ежегодный платеж, x_1=160 000 рублей (первый год), x_2=240 000 рублей (второй год)

Z – сумма всех выплат Z=400 000 рублей.

Составив математическую модель, с помощью описания, сказанного выше, получим:

$(S \bullet a - x_1) \bullet a - x_2 = 0$, раскроем скобки

$S \bullet a^2 - x_1 \bullet a - x_2 = 0$, получили квадратное уравнение, где все переменные кроме a нам известны, подставим их:

$300\,000 \bullet a^2 - 160\,000 \bullet a - 240\,000 = 0$, упростим выражение

$15 \bullet a^2 - 8 \bullet a - 12 = 0$, решаем

D=b^2-4•a•c=$(-8)^2$-4•15-(-12) = 64+720 = 784 = 28^2

$a = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{8+28}{30}$=1,2

$a = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{8-28}{30} = -\frac{2}{3} < 0$, не удовлетворяет условию задачи.

Следует отметить то, что мы нашли не саму процентную ставку, а именно значение этой формулы: 1+$\frac{S}{100}$. Почему? Потому что мы считали, сколько рублей составит наш долг после начисления процентов, то есть, a =1+$\frac{S}{100}$

1+$\frac{S}{100}$ = 1,2

r =20%

Ответ: 20 %

Заключение

Представленные в данной работе теория и решения задач позволят ученикам успешно справиться с экономической задачей в ЕГЭ, так как не дают им готовые модели, а предлагают методы и средства для самостоятельного составления математических моделей в задачах, что способствует развитию интеллекта школьников. Ведь решение экономических задач нужно не только для сдачи экзамена, а также для повышения финансовой грамотности молодёжи.

Как и было сказано, финансовая математика включает в себя основы школьного материала за 7-9 классы. На примере высчитывания общей суммы выплат кредита из реальной жизни, а также из задач ЕГЭ, процентной ставки по кредиту, было показано и доказано, что квадратные уравнения, арифметическая и геометрическая прогрессии, степенные и процентные уравнения активно используются при решении. Именно благодаря знаниям школьного материала можно решить не только 17-ую задачу из ЕГЭ, но и проверить то, сколько именно мы должны выплатить банку. А это необходимо для того чтобы, во-первых: понять, а не были ли мы обмануты кредитной системой, а во вторых: становиться финансово грамотными людьми.

Список используемой литературы

- ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. Типовые тестовые задания. 36 вариантов заданий. Под редакцией И.В.Ященко
- Книга «Хулиганская экономика» Алексея Маркова
- Книга «Банковское дело» Ахсара Тавасиева
- https://ege-stugy.ru/finansovaya-matematika/