Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа с. Посёлки имени Героя Советского Союза И.Ф.Кузьмичёва Кузнецкого района Пензенской области

Тема работы:

«Алгоритм построение маршрута коммивояжера»

Номинация «Социология»

***Работу выполнила**:*
учащаяся 10 класса
Малкина Анастасия

***Научный руководитель**:*
Купыра Наталья Анатольевна,
учитель математики высшей категории

Пенза 2023-2024 учебный год

Содержание.

Введение.

Транспортная логистика — это система, главной целью которой является организация доставки. В зависимости от управленческой проблемы, решаемой в рамках транспортной логистики, могут быть подобраны соответствующие инструменты оптимизации.

Одной из основных задач транспортной логистики является задача построения оптимального маршрута, поэтому ***целью моей работы стало*** создание оптимального алгоритма построение маршрута для планирования доставки в транспортно – логистических системах. Помимо огромной ***актуальности практического применения з***адача коммивояжера имеет серьезный теоретический смысл: она используется в качестве модели для разработки эвристических алгоритмов различных оптимизационных задач.

В условиях городского цикла на доставку грузов влияет множество различных факторов. На практике наиболее часто необходимо учитывать ограничения на возможные объемы перевозимой продукции и количество посещаемых точек. Тема маршрутизации перевозок является актуальной в настоящее время, поскольку большая часть логистических затрат в цепочке поставок определяется транспортными расходами. В особенности для компаний, выполняющих развозку товара с некоторого склада до точек потребления или розничной торговли, необходимо в определенные сроки формировать оптимальные маршруты для быстрой и качественной доставки. В зависимости от того, насколько точно и оптимально будет построен маршрут варьируется непосредственный доход компании. *Управленческая проблема напрямую связана с задачей маршрутизации перевозок.* Необходимо определить самые выгодные маршруты, которые проходят через различные складские пункты предприятия. Кроме того, должны быть учтены ограничения грузоподъемности транспортных средств и количество посещаемых складов.

Задача поиска оптимального пути, также именуемая задачей коммивояжёра, заключается в поиске кратчайшего маршрута, проходящего через каждый элемент множества пунктов по одному разу споследующим возвратом в исходную точку. В условиях задания указываются критерии, позволяющие определить экономичность маршрута. Эти критерии включают:

— кратчайший путь,

— самый недорогой,

— совокупный аспект и т. п.

Задача, как правило, представлена в виде графа, где вершины графа считаются точками, а ребра - путями связи меду ними. Для решения граф описывается в виде квадратной матрицы, где каждый элемент является ребром графа, а его значением является стоимость пути. Задача решается в два этапа: сначала точки группируются в кластеры, затем для каждого полученного кластера решается задача маршрутизации. Ограничения вводятся в первой фазе двухфазного алгоритма, во второй выполняется нахождение оптимального маршрута.

В связи с тем, что исследовательская работа посвящена решению задачи коммивояжера в условиях мегаполиса, в основе лежит полный ориентированный граф.

Основная часть.

Сеть дорог задачи представлена в виде графа G = (V,E) , где V - вершины графа, E - ребра графа. Вес ребра Cy> 0 эквивалентен расстоянию между смежными вершинами графа. Для удобства программной реализации граф представляется в виде матрицы, размерность которой соответствует количеству вершин в графе. Смысл значения элемента матрицы y идентичен смыслу веса ребра Cy в графе, оно определяет расстояние между пунктами i и j. При i = j ,dij = M. Элемент M символизирует бесконечность, запрещая переход из одной вершины в нее же.

Математическая постановка задачи коммивояжера формулируется следующим образом: Где! - это множество допустимых альтернатив, и оно определяется следующими условиями

Модели, позволяющие находить оптимальный маршрут, имеют высокую степень разработанности в научной литературе, тем не менее, данная задача до сих пор считается нерешенной. Из наиболее значимых следует отметить труды P. D. Christofides, G. Laporte, D. Vigo , B.Golden, Е.М. Бронштейна, Э.Х. Гимади, В.Г. Дейнеко.

Исследованию классической задачи коммивояжера посвящена статья G. Laporte «A Concise Guidetothe Traveling Salesman Problem», также представлен разбор различных методов решения. Автор рассматривает различные эвристические алгоритмы для решения симметричной и ассиметричной модификации задачи, которые успешно применяются на реальных практических примерах. Однако методы, приведенные в данной исследовательской работе, дают не точный результат. Кроме того, задача коммивояжера, рассмотренная в данной работе, не решает проблему маршрутизации, поскольку не учитывает множества ограничений, необходимых для успешной доставки грузов. Но, при решении задачи маршрутизации двухфазным алгоритмом методы, используемые для решения коммивояжера, могут быть применены, поскольку необходимые ограничения вводятся в первой фазе, и во второй остается только найти оптимальный маршрут.

В данной статье предложен гибридный алгоритм решения задачи построения оптимального маршрута (двухфазный алгоритм с применением динамического программного алгоритма и алгоритма заметания), который может быть успешно реализован на практике для оптимизации логистических процессов компании.

Задача построения оптимального маршрута — это классическая NP-полная задача. В связи со сложностью ее решение требует огромных вычислительных и временных затрат. Существуют две группы методов решения задачи: точные и приближенные.

Приближенными называют методы, которые будучи основанными на некой эвристике (правиле), не всегда следующей из строгих математических принципов, и, таким образом, жертвуют погрешностью в точности.

Алгоритмом, который гарантирует нахождение точного решения, является метод полного перебора. Однако работа алгоритма занимает приемлемое время только при очень малой размерности входных данных. При количестве пунктов, равном 20, время решения задачи с использованием мощной вычислительной техники — 193 года.

Задача коммивояжера – транс вычислительная задача, таким образом, оптимальным решением является алгоритм со сложностью порядка O (2n *N2). Из точных алгоритмов построения оптимального маршрута под эти параметры подходит динамический программный алгоритм по подмножествам.

В алгоритме в качестве параметров для динамического программирования используются битовые маски. Такой вид динамического программирования называется динамическим программированием по подмножествам или динамическим

Постановка задачи.

Из исходного пункта, в котором располагается грузовой терминал (склад), необходимо доставить грузы 12 получателям.

№ пункта	Координата x	Координата y	Объем груза, q
1	17	15	450
2	6	15	400
3	13	3	400
4	9	20	200
5	19	7	150
6	8	8	450
7	4	14	250
8	17	2	200
9	12	22	450
10	6	12	300
11	19	17	475
12	12	8	550

Таблица 1. Координаты и объем спроса получателей

Координаты грузового терминала (склада): $x_0 = 10$, $y_0 = 15$. Для доставки будет использоваться транспорт с максимальной грузовместимостью = 1500 шт.

ВОПРОС: Какое количество транспорта понадобится для развозки грузов? Какая схема развозки будет оптимальной?

Подготовительная работа.

Отметим эти точки в декартовой системе координат. Местоположение оптовой базы и 12 получателей, а также объем поставок каждому получателю приведены на **рисунке 1.**

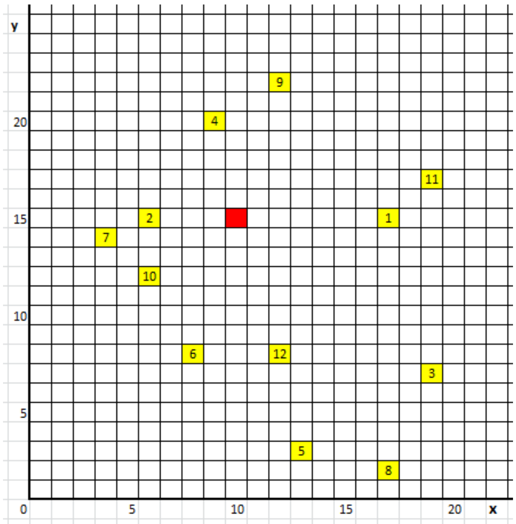

Рисунок 1. Расположение базы и пунктов доставки

Начальная схема маршрутов предполагает, что для доставки груза каждому отдельному получателю организуется отдельный маршрут (см. **рис. 2**). Например, водитель загружает в кузов партию 450 шт. и везет ее в пункт 1, там разгружается, затем возвращается на базу, берет вторую партию 400 шт. и везет ее в пункт 2 и т.д. Таким образом, исходная схема развозки включает в себя только радиальные маршруты движения автомобиля, причем количество радиальных маршрутов совпадает с количеством получателей. В данном случае, схема развозки состоит из 12 радиальных маршрутов.

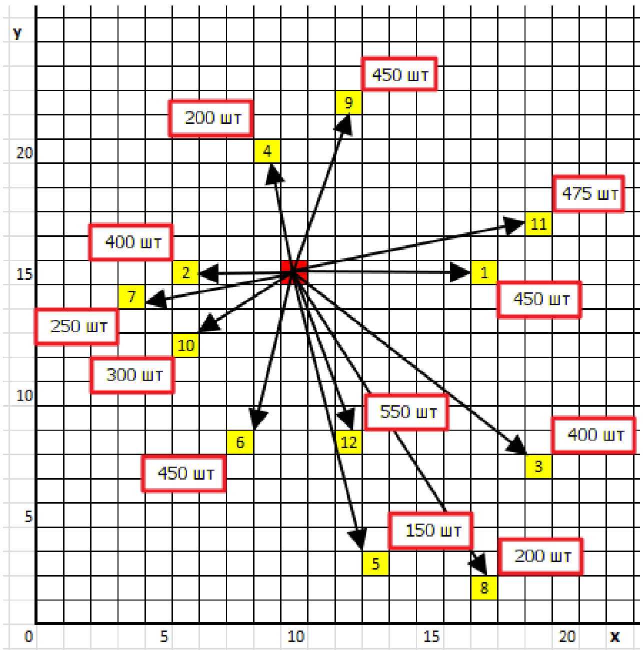

Рисунок 2. Начальная схема доставки груза

Суть метода заключается в том, чтобы, отталкиваясь от исходной схемы развозки, по шагам перейти к оптимальной схеме развозки с кольцевыми маршрутами. С этой целью вводится такое понятие, как километровый выигрыш.

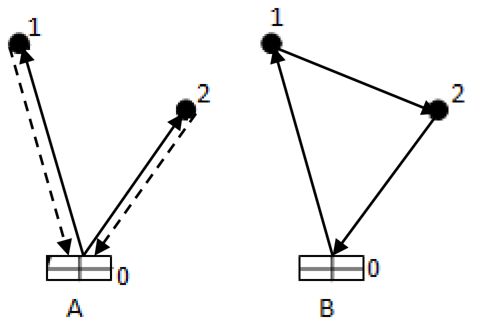

Рисунок 3. Схемы доставки

На **рисунке 3.** отображены две схемы доставки. Схема доставки А (слева) обеспечивает доставку грузов в пункты 1 и 2 по радиальным маршрутам. В этом случае суммарный пробег автотранспорта равен:

$$\mathbf{La = d01 + d10 + d02 + d20 = 2d01 + 2d02}$$

Схема доставки В предполагает доставку грузов в пункты 1 и 2 по кольцевому маршруту. Тогда пробег автотранспорта составляет:

$$\mathbf{L\text{в} = d01 + d12 + d02}$$

Схема В по показателю пробега автотранспорта дает, как правило, лучший результат, чем схема А. И поэтому при переходе от схемы А к схеме В получаем следующий километровый выигрыш:

$$\mathbf{S12 = La - L\text{в} = d01 + d02 - d12}$$

В общем случае мы имеем километровый выигрыш:

$$\mathbf{Sij = d0i + d0j - dij}$$

где Sij – километровый выигрыш, получаемый при объединении пунктов i и j, км; d0i, d0j – расстояние между оптовой базой и пунктами i и j соответственно, км; dij – расстояние между пунктами i и j, км.

Полученные значения заносятся в таблицу 2., где представлены расстояния между пунктами dij (правая верхняя часть матрицы) и километровые выигрыши Sij (левая нижняя часть матрицы).

	Матрица расстояний между пунктами (d_{ij})					
Матрица километровых выигрышей (S_{ij})	**0**	d_{01}	d_{02}	d_{03}	...	d_{0r}
	S_{10}	**1**	d_{12}	d_{13}	...	d_{1r}
	S_{20}	S_{21}	**2**	d_{23}	...	d_{2r}
	S_{30}	S_{31}	S_{32}	**3**	...	d_{3r}
	...	...	...	...	...	...
	S_{r0}	S_{r1}	S_{r2}	S_{r3}	...	**r**

Таблица 2. Матрица расстояний и километровых выигрышей

Теперь вернемся к нашему примеру. Из **табл. 1** возьмем данные:

- Пункт 0 (это база): x0 = 10, y0 = 15
- Пункт 1: x1 = 17, y1 = 15
- Пункт 2: x2 = 6, y2 = 15
- Пункт 3: x3 = 13, y3 = 3
- и т.д.

Рассчитаем расстояние d01 между пунктами 0 и 1 по формуле:

$$d_{01} = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} = \sqrt{(10-17)^2 + (15-15)^2} = 7{,}0_{\text{км}}$$

Аналогично получаем расстояние:

- <u>для пунктов 0 и 2</u>: d02 = 4
- <u>для пунктов 0 и 3</u>: d03 = 12,37
- <u>для пунктов 1 и 2</u>: d12 = 11
- <u>для пунктов 1 и 3</u>: d13 = 12,65
- <u>для пунктов 2 и 3</u>: d23 = 13,89
- и т.д

Потом для пунктов i и j получаем километровый выигрыш Sij = d0i + d0j - dij:

- <u>для пунктов 1 и 2</u>: S12 = d01 + d02 - d12 = 7 + 4 - 11 = 0
- <u>для пунктов 1 и 3</u>: S13 = d01 + d03 - d13 = 7 + 12.37 - 12.65 = 6.72
- <u>для пунктов 2 и 3</u>: S13 = d02 + d03 - d23 = 4 + 12.37 - 13.89 = 2.48
- и т.д.

Полученные значения заносим в **таблицу 3.**, где представлены расстояния между пунктами dij (правая верхняя часть матрицы) и километровые выигрыши sij (левая нижняя часть матрицы):

	Матрица расстояний между пунктами (d_{ij}), км												
Матрица километровых выигрышей (s_{ij}), км	**0**	7,0	4,0	12,4	5,1	12,0	7,3	6,1	14,8	7,3	5,0	9,2	7,3
	0,0	**1**	11,0	12,6	9,4	8,2	11,4	13,0	13,0	8,6	11,4	2,8	8,6
	0,0	0,0	**2**	13,9	5,8	15,3	7,3	2,2	17,0	9,2	3,0	13,2	9,2
	0,0	6,7	2,5	**3**	17,5	7,2	7,1	14,2	4,1	19,0	11,4	15,2	5,1
	0,0	2,7	3,3	0,0	**4**	16,4	12,0	7,8	19,7	3,6	8,5	10,4	12,4
	0,0	10,8	0,8	17,2	0,7	**5**	11,0	16,6	5,4	16,6	13,9	10,0	7,1
	0,0	2,9	4,0	12,6	0,3	8,3	**6**	7,2	10,8	14,6	4,5	14,2	4,0
	0,0	0,0	7,8	4,2	3,4	1,6	6,2	**7**	17,7	11,3	2,8	15,3	10,0
	0,0	8,8	1,7	23,0	0,2	21,4	11,2	3,2	**8**	20,6	14,9	15,1	7,8
	0,0	5,7	2,1	0,6	8,8	2,8	0,0	2,0	1,4	**9**	11,7	8,6	14,0
	0,0	0,6	6,0	6,0	1,6	3,1	7,8	8,3	4,9	0,6	**10**	13,9	7,2
	0,0	13,4	0,1	6,4	3,9	11,3	2,3	0,0	8,9	7,9	0,3	**11**	11,4
	0,0	5,7	2,1	14,6	0,0	12,3	10,6	3,4	14,2	0,6	5,1	5,1	**12**

Таблица 3. Расчетная матрица расстояний и километровых выигрышей

Теперь, когда проведена вся необходимая подготовительная работа, приступим непосредственно к решению задачи.

Пошаговое описание алгоритма Кларка-Райта.

Демонстрация использования данного алгоритма применительно к рассматриваемой задаче приводится в **табл. 4** и соответствующих комментариях к ней.

Шаг 1.

На матрице километровых выигрышей находим ячейку (i*, j*) с максимальным километровым выигрышем Smax.

При этом должны соблюдаться следующие три условия:

1. пункты i* и j* не входят в состав одного и того же маршрута;
2. пункты i* и j* являются начальным и/или конечным пунктом тех маршрутов, в состав которых они входят;

3. ячейка (i*, j*) не заблокирована (т.е. рассматривалась на предыдущих шагах алгоритма).

Если удалось найти такую ячейку, которая удовлетворяет трем указанным условиям, то переход к **шагу 2**. Если не удалось, то переход к **шагу 6**.

Шаг 2.

Маршрут, в состав которого входит пункт i*, обозначим как маршрут 1. Соответственно, маршрут, в состав которого входит пункт j*, обозначим как маршрут 2.

Введем следующие условные обозначения:

N = {1, 2, …, n} – множество получателей;

N_1 – подмножество пунктов, входящих в состав маршрута 1;

N_2 – подмножество пунктов, входящих в состав маршрута 2.

Рассчитаем суммарный объем поставок по маршрутам 1 и 2:

$q_1 = \sum_{k \in N_1} q_k$ $q_2 = \sum_{k \in N_2} q_k$

где qk – объем спроса k-го пункта, шт (см табл. 4).

Шаг 3.

Проверим на выполнение следующее условие:

$$q_1 + q_2 \leq c$$

где c – грузовместимость автомобиля, шт.

Если условие выполняется, то переход **к шагу 4**, если нет – **к шагу 5**.

Шаг 4.

Производим объединение маршрутов 1 и 2 в один общий кольцевой маршрут X. Будем считать, что пункт i* является конечным пунктом маршрута 1, а пункт j* – начальным пунктом маршрута 2. При объединении маршрутов 1 и 2 соблюдаем следующие условия:

- последовательность расположения пунктов на маршруте 1 от начала и до пункта i* не меняется;
- пункт i* связывается с пунктом j*;
- последовательность расположения пунктов на маршруте 2 от пункта j* и до конца не меняется.

Шаг 5.

Повторяем шаги 1-4 до тех пор, пока при очередном повторении не удастся найти Smax, который удовлетворяет трем условиям из шага 1.

Шаг 6.

Рассчитываем суммарный пробег автотранспорта.

Описание последовательного решения методом Кларка-Райта.

Весь ход последовательного решения задачи представлен в **таблице 4.**

№ п/п	Шаг 1						Шаг 2		Шаг 3	Шаг 4		
	i*	j*	Smax	Условия			q1, шт	q2, шт	q1 + q2 ≤ c, c = 1500 шт.	№ маршрута	Маршрут	Объем перевозки, шт
				1	2	3						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	8	3	23,0	+	+	+	400	200	+	1	0-8-3-0	600
2	8	5	21,4	+	+	+	600	150	+	1	0-5-8-3-0	750
3	5	3	17,2	-	+	+	-	-	-	-	-	-
4	12	3	14,6	+	+	+	750	550	+	1	0-5-8-3-12-0	1300
5	12	8	14,2	-	-	+	-	-	-	-	-	-
6	11	1	13,4	+	+	+	475	450	+	2	0-1-11-0	925
7	6	3	12,6	+	-	+	-	-	-	-	-	-
8	12	5	12,3	-	+	+	-	-	-	-	-	-
9	11	5	11,3	+	+	+	925	1300	-	-	-	-
10	8	6	11,2	+	-	+	-	-	-	-	-	-
11	5	1	10,8	+	+	+	1300	925	-	-	-	-
12	12	6	10,6	+	+	+	1300	450	-	-	-	-
13	11	8	8,9	+	-	+	-	-	-	-	-	-
14	9	4	8,8	+	+	+	450	200	+	3	0-9-4-0	650
15	8	1	8,8	+	-	+	-	-	-	-	-	-
16	6	5	8,3	+	+	+	450	1300	-	-	-	-
17	10	7	8,3	+	+	+	300	250	+	4	0-10-7-0	550
18	11	9	7,9	+	+	+	925	650	-	-	-	-
19	7	2	7,9	+	+	+	550	400	+	4	0-10-7-2-0	950
20	10	6	7,8	+	+	+	950	450	+	4	0-6-10-7-2-0	1400

Таблица 4. Ходы и промежуточные результаты решения задачи

Графа 1 – номер итерации.

Графы 2, 3 – номера пунктов i* и j*, которые обозначают ячейку с максимальным километровым выигрышем Smax = s(i*,j*), найденную в результате просмотра матрицы километровых выигрышей (**см. табл. 3**).

Графа 4 – значение максимального километрового выигрыша Smax.

Графы 5, 6 и 7 – результаты проверки условий 1, 2 и 3 при выполнении шага 1. “+” – положительный результат, “–” – отрицательный результат.

Графы 8 и 9 – объем перевозок по маршруту 1, в состав которого входит пункт i* (q1), и маршруту 2, в состав которого входит пункт j* (q2).

Графа 10 – проверка на условие , где с – грузовместимость транспортного средства. “+” – положительный результат проверки условия, “–” – отрицательный результат.

Графа 11 – порядковый номер кольцевого маршрута (всего в ходе решения получено всего четыре кольцевых маршрута, **см. рис. 4**).

Графа 12 – структура кольцевого маршрута, образовавшегося на данной итерации.

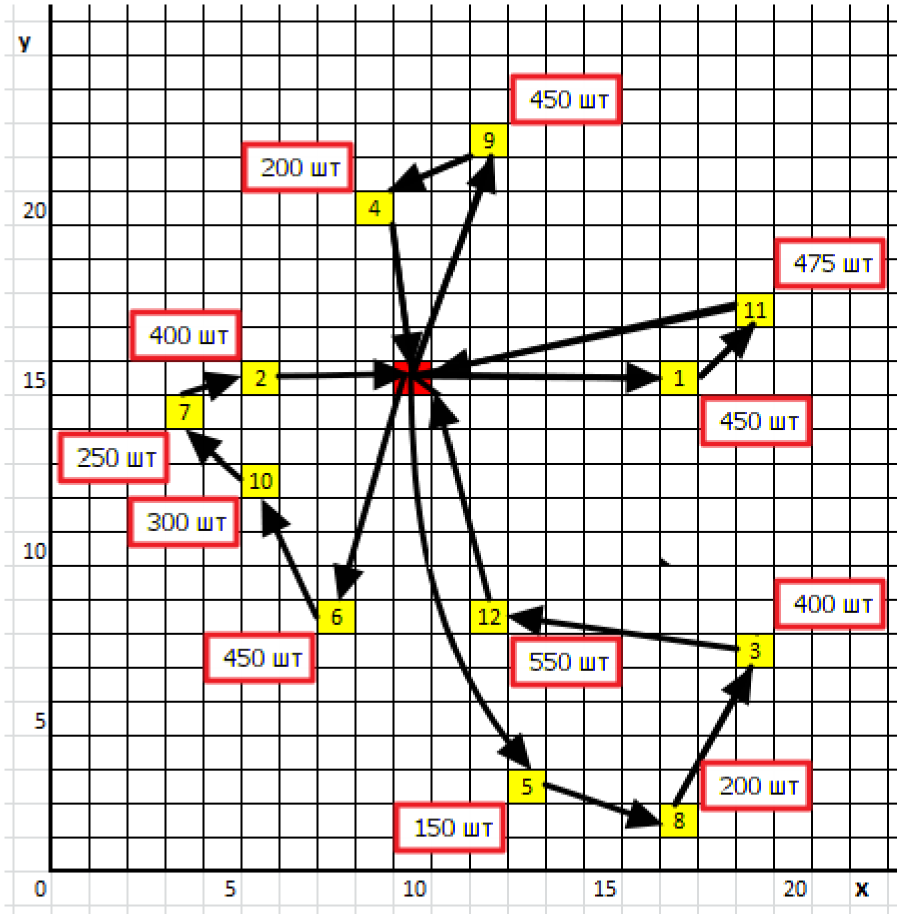

Рисунок 4. Графическое представление оптимальной схемы доставки

Рассмотрим, как происходит поэтапный поиск оптимального решения задачи. Начнем с того, что исходный план развозки состоит из 12 радиальных маршрутов, когда доставка груза в каждый из пунктов назначения осуществляется по отдельному маршруту (**см. рис. 2**). При этом общий пробег автотранспорта составляет (см. треугольную матрицу расстояний, **табл. 3**):

L0 = 2*d01 + 2*d02 + ... + 2*d012 = 2*7.0 + 2*4.0 + 2*12.4 + 2*5.1 + ... + 2*7.3 = 195 км.

Теперь начнем пошаговый переход к новому оптимальному решению задачи, которое за счет объединения радиальных маршрутов в кольцевые позволит уменьшить суммарный пробег автотранспорта (графически это новое решение представлено на **рис. 4**).

Итерация 1.

- Объединяем два радиальных маршрута: 0-8-0 (объем доставки 200 шт.) и 0-3-0 (объем доставки 400 шт.) в общий кольцевой маршрут (под № 1) 0-8-3-0 (объем доставки 600 шт.). При этом суммарный пробег автотранспорта сокращается на 23,0 км.

Итерация 2.

- К кольцевому маршруту № 1– 0-8-3-0 (600 шт.) присоединяем радиальный маршрут 0-5-0 (150 шт.). При этом пункт 5 присоединяем к пункту 8, в результате чего получаем новую структуру кольцевого маршрута 0-**5-8**-3-0 (750 шт.). Суммарный пробег автотранспорта сокращается еще на 21,4 км.
- Отметим важность соблюдения последовательности пунктов в кольцевом маршруте: именно 0-**5-8**-3-0, а не 0-5-3-8-0 или 0-8-3-5-0.
- Если i* = 8 и j* = 5, то после объединения они должны стоять на маршруте друг за другом.

Итерация 3.

- Объединение пунктов 3 и 5 обеспечило бы выигрыш в 17,2 км. Но это объединение невозможно, поскольку оба пункта уже входят в состав кольцевого маршрута №1 – 0-5-8-3-0, а объединять можно пункты только из разных маршрутов. Таким образом, констатируем нарушение условия 1 и переходим к следующей итерации.

Итерация 4.

- К кольцевому маршруту № 1 – 0-5-8-3-0 (750 шт.) присоединяем радиальный маршрут 0-12-0 (150 шт.). При этом пункт 12 присоединяем к пункту 3, в результате чего получаем новую структуру кольцевого маршрута 0-5-8-**3-12**-0 (1300 шт.). Суммарный пробег автотранспорта сокращается на 14,6 км.

Итерация 5.

- Пункты 12 и 8 не объединяем, поскольку они уже входят в состав кольцевого маршрута 1 (нарушается условие 1).

Итерация 6.

- Объединяем два радиальных маршрута: 0-1-0 (450 шт.) и 0-11-0 (475 шт.) в общий кольцевой маршрут (под № 2) 0-11-1-0 (925 шт.). При этом суммарный пробег автотранспорта сокращается на 13,4 км.

Итерация 7.

- Пункты 3 и 6 нельзя объединить по причине нарушения условия 2. Пункт 3 входит в состав кольцевого маршрута 1, и в этом маршруте он занимает «промежуточное» положение, то есть он связан с пунктами 8 и 12: 0-5-8-3-12-0. Радиальный маршрут 0-6-0 можно было бы присоединить к кольцевому маршруту 1 со стороны его «крайних» пунктов – 5 или 12, но к «промежуточным» пунктам 3 и 8 его присоединить нельзя.

Итерации с 8 по 20

- Повторяют ту же логику рассуждений, что и в предыдущих 7 итерациях. Отметим только, что на итерациях 9, 11, 12, 16 и 18 объединение не производится только по причине нарушения условия

Итерации с 21 по 60

- Уже не имеют смысла, поскольку их выполнение уже не повлечет за собой изменение плана развозки.

Суммарный километровый выигрыш за 20 итераций составляет:

S = 23,0 + 21,4 + 14,6 + 13,4 + 8,8 + 8,3 + 7,9 + 7,8 = 105,3 км

а общий пробег автотранспорта, соответственно:

L1 = L0 – S = 195 –105,3 = 89,7 км

Графически оптимальная схема развозки представлена на **рис. 4.** Как видно, оптимальная схема развозки включает в себя четыре кольцевых маршрута (вместо первоначальных 12 радиальных маршрутов). Суммарный пробег автотранспорта можно также определить по следующей формуле:

$\sum_{i=1}^{r} L_i$, где Li – протяженность i-го маршрута, км; r – количество маршрутов.

Рассмотрим, например, кольцевой маршрут 0-5-8-3-12-0. Протяженность маршрута определяется по формуле (см. табл. 4):

L1 = d0,12 + d12,3 + d3,8 + d8,5 + d5,0 = 7,3 + 5,1 + 4,1 + 5,4 + 12,0 = 33,9 км.

Аналогично рассчитываем протяженность остальных маршрутов.

Результаты решения задачи сведены в таблицу:

№ п/п	Маршрут	Объем поставки, шт	Пробег, км
1	0-5-8-3-12-0	1300	33,9
2	0-1-11-0	925	19,0
3	0-9-4-0	650	16,0
4	0-6-10-7-2-0	1400	20,8
	Итого	**4275**	**89,7**

Данный метод используется для повышения эффективности вычислительных повторений, храня промежуточные результаты и снова используя их при необходимости.

Для учета грузоподъемности транспортных средств, применен алгоритм заметания, относящийся к алгоритмам вычислительной геометрии.

При использовании алгоритма заметания кластеры группируются посредством поворота прямой, исходящей из места расположения склада (точка (0.0)), от которого будет производиться доставка. Затем рассчитываются полярные координаты всех складов на основе расположения начального склада. Прямая начинает движение против часовой стрелки до тех пор, пока не будет достигнута максимальная грузоподъемность и все пункты, которые затронет данная прямая, объединяются в один кластер. В случае, если после формирования одного кластера остались неиспользованные вершины, то движение по прямой продолжается и точки объединяются в новый кластер по предложенному алгоритму.

Заключение.

График зависимости времени работы программной реализации алгоритма от числа складских пунктов приведен на рисунке.

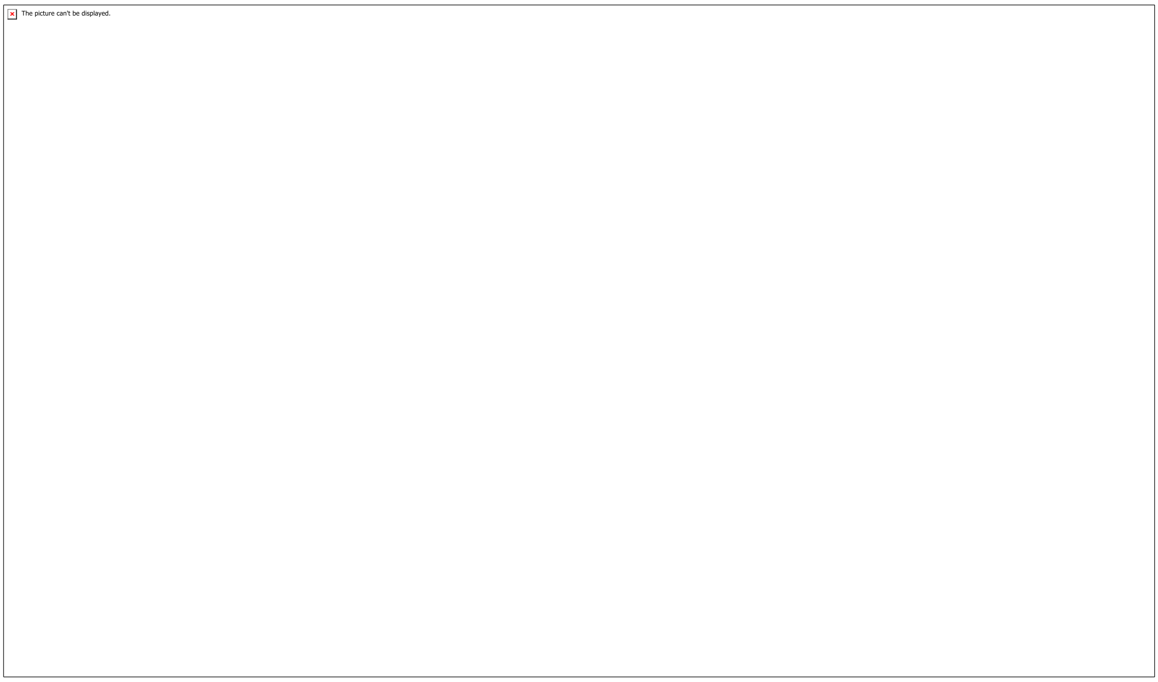

Рис. Зависимость времени работы алгоритма от числа пунктов.

Отличие приближенный алгоритмов от точных, заключается в более высокой скорости нахождения оптимального маршрута, однако это чревато ошибкой в точности. Самым главным достоинством динамического программирования по подмножествам является 100% точность полученного результата.

Из графика, представленного на рисунке 1, видно, что зависимость времени работы алгоритма от числа пунктов близка к полиномиальной, при количестве пунктов менее 100. Таким образом, время работы программной реализации алгоритма делает его удобным в использовании. При большем количестве вершин необходимо применять эвристические, или приближенные алгоритмы.

В исследовательской работе обоснован выбор динамического программирования по подмножествам, как наиболее подходящего, который позволит решить данную задачу с учетом таких характеристик, как точность и скорость получения результата. Приведено описание метода на базе алгоритма динамического программирования, который использует алгоритм заметания для учёта ограничений. Данный алгоритм показывает хорошие результаты времени работы при не очень больших размерностях задачи (100 и менее вершин).

Используя описанный в работе алгоритм можно добиться уменьшения количества промежуточных складов и значительно уменьшить расходы предприятия на транспортную логистику. Кроме того, метод может быть адаптирован под конкретные условия, предъявляющие некоторые дополнительные ограничения. В дальнейшем, для получения лучших результатов, возможно, разработать некоторый набор алгоритмов для оптимизации логистических процессов с учетом временных окон, периода планирования, качества и стоимости дорог, типа дорог, ограничения скорости на дорогах.

Литература.

1.Okano H.Study of Practical Solutions for Combinatorial Optimization Problems. Tohoku University,2009.P.45-50c.

2. Ураков А.Р., Михтанюк А.А. Оценка количества вариантов обхода в задаче коммивояжера с дополнительными условиями. Глобальный научный потенциал,2012 №21.С.82-86

3. Мудров В.И. Задача о коммивояжере. Москва.: Знание,1969.С.56-65

4. Ерзин Ф.И. Задачи маршрутизации: учеб. Пособие/А.И.Ерзин, Ю.Ф. Кочетов. - Новосиб.Гос ун-т -Новосибирск: РИЦ НГУ,2014.-С.45-55

5. Toth, Paolo The vehicle routing problem/Paolo Toth , Daniele Vigo – Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002.- P.123-140.

Рецензия

на исследовательскую работу «Алгоритм построения оптимального маршрута коммивояжера» ученицы 10 класса Малкиной Анастасии МБОУ СОШ с.Посёлки имени Героя Советского Союза И.Ф.Кузьмичёва Кузнецкого района Пензенской области.

Работа посвящена обобщению знаний и демонстрации ярких применений задачи коммивояжера в окружающем мире. Актуальность проблемы Анастасия видит в том, что математика не существует отдельно от жизни, она помогает рационально использовать математические соотношения, которые рассматриваются применительно к конкретным ситуациям, распространённым в практической деятельности, в частности в создании оптимального алгоритма построения маршрута для планирования доставки в транспортно- логистических системах.

Исследовательская работа имеет логически правильную структуру. Она состоит из введения, теоретической и практической части, заключения, а так же использованной при написании литературы. Работа грамотно оформлена.

Работа содержит большое количество доказательного материала, которое позволяет сделать правильные выводы и подтвердить основную гипотезу исследования определить самый выгодный маршрут, которые проходят через различные складские пункты предприятия.

Проект является исследовательским, поэтому способствует развитию познавательного интереса, аналитических способностей, различных способов восприятия и обработки информации. В работе поставлена цель, определены задачи, решая которые Анастасия показывает свою заинтересованность в данной проблеме.

Малкина Анастасия проделала серьёзную работу по решению задач, применяемых в практической деятельности, которые позволяют более рационально и экономно подходить к вопросу определение кратчайшего и самого недорогого пути на предприятиях. Работа выполнена на достаточно высоком уровне, содержит ряд выводов, представляющих практический интерес. Исследование полностью соответствует требованию качества, может быть дидактическим материалом для внеклассной работы с учащимися 10-11 классов: факультативы, кружки и внеурочных занятий.

Таким образом, можно заключить, что поставленные цель и задачи успешно раскрыты. Исследовательская работа заслуживает высокой оценки.

6.12.2023 г.

Руководитель исследовательской работы : ____________Купыра Н.А.

учитель математики МБОУ СОШ с.Посёлки